

GINTERS BUŠS

**PROGNOZĒŠANA UN SIGNĀLU IEGŪŠANA AR REGULARIZĒTA  
DAUDZDIMENSIJU TIEŠĀ FILTRA PIEEJU**



PĒTĪJUMS

6 / 2012

## SATURS

Kopsavilkums	2
Ievads	3
1. Regularizēta daudzdimensiju tiešā filtra pieeja	5
1.1. Viendimensijas tiešā filtra pieeja	6
1.2. Daudzdimensiju tiešā filtra pieeja	7
1.3. Ar mazāko kvadrātu metodi izteikta filtrēšanas problēma	7
1.4. Regularizēšana	9
1.5. Līmeņa un laika nobīdes ierobežojumi	10
1.6. Efektīvās brīvības pakāpes	11
2. Eiro zonas ekonomiskās aktivitātes novērtējums	12
2.1. IKP gada pieauguma tendences cikla novērtējums	12
2.1.1. Mērķis	12
2.1.2. Skaidrojošie mainīgie	12
2.1.3. Regularizēšanas īpašības	13
2.1.4. Rādītāju veids	23
2.2. IKP ceturkšņa pieauguma tendences cikla novērtējums	27
2.2.1. Mērķis un dati	27
2.2.2. Rādītāju konstruēšana	27
3. Stabilitātes pārbaude ar mazāk homogēnu Latvijas datu izlasi	32
Secinājumi	34
Pielikums	34
Literatūra	38

## SAĪSINĀJUMI

ARIMA – autoregresīvs integrēts slīdošais vidējais ( <i>autoregressive integrated moving average</i> )
ASV – Amerikas Savienotās Valstis
CSP – Latvijas Republikas Centrālā statistikas pārvalde
DE – Vācija
DFT – diskrētā Furjē transformācija ( <i>discrete Fourier transform</i> )
EE – Igaunija
EFLĢ – Ekonomikas un finanšu lietu ģenerāldirektorāts ( <i>Directorate General for Economic and Financial Affairs</i> )
ES – Eiropas Savienība
ES* – Spānija
EUROCOIN – eiro zonas ekonomiskās attīstības cikla vienlaicīgs rādītājs ( <i>Euro Area Business Cycle Coincidence Indicator</i> )
Eurostat – Eiropas Savienības Statistikas birojs
FR – Francija
IKP – iekšzemes kopprodukts
IT – Itālija
LATCOIN – Latvijas ekonomiskās attīstības cikla vienlaicīgs rādītājs ( <i>Latvian Business Cycle Coincidence Indicator</i> )
LT – Lietuva
LV – Latvija
MSFE – vidējā kvadrātiskā filtra kļūda ( <i>mean squared filter error</i> )
RMDFFA – regularizēta daudzdimensiju tiešā filtra pieeja ( <i>Regularised Multivariate Direct Filter Approach</i> )
s.i. – sezonāli izlīdzināts
s.n. – sezonāli neizlīdzināts
VID – Valsts ieņēmumu dienests

## KOPSAVILKUMS

Šajā pētījumā aplūkota regularizēta tiešā filtra pieeja kā daudzdimensiju filtrēšanas un reālā laika signālu ieguves rīks. Parādīts, ka ar regularizētu filtru var apstrādāt daudzdimensiju datu kopas, ņemot vērā efektīvās brīvības pakāpes, un ātri veikt aprēķinus. Pētījumā raksturotas filtra īpašības, sekojot eiro zonas IKP izaugsmes vidēja termiņa un ilgtermiņa komponentu norisēm, t.sk. atdarinot EUROCOIN darbību un aprēķinot aktuālākus rādītājus. Pēc tam stabilitātes tests veikts, izmantojot vairs ne tik homogēnu Latvijas datu kopu. Izpētīts, ka iegūtie reālā laika rādītāji atspoguļo ekonomisko darbību laikus un stabili. Tādējādi var uzskatīt, ka regularizēta tiešā filtra pieeja ir vērtīgs instruments gan prognozēšanai, gan laiksakrītīgu novērtējumu iegūšanai, izmantojot daudzdimensiju datu kopas, un vienlaikus – arī laba alternatīva dinamisko faktoru metodoloģijai.

**Atslēgvārdi:** daudzdimensiju filtrēšana, reālā laika novērtējums, vienlaicīgs rādītājs, apsteidzošs rādītājs, parametru sašaurināšana, ekonomiskās attīstības cikli, dinamisko faktoru modelis

**JEL kodi:** C13, C32, E32, E37

Autors izsaka pateicību Markam Vildi par vērtīgām diskusijām. Šis pētījums publicēts, lai sniegtu informāciju ieinteresētajām pusēm un veicinātu diskusiju. Pētījumā izteiktie secinājumi atspoguļo autora viedokli, un autors uzņemas atbildību par iespējamām pieļautajām neprecizitātēm.

## IEVADS

Šodien apkopot plašas datu kopas ir salīdzinoši viegli. Daudz grūtāk ir savāktos datus efektīvi izmantot esošo problēmu risināšanā. Šis darbs papildina literatūras klāstu par prognozēšanu, regularizēšanu, sašaurināšanu un daudzdimensiju novērtēšanu (sk. kores regresiju (*ridge regression*), piemēram, A. Tihonova (*A. Tikhonov*) un V. Arseņina (*V. Arsenin*) (20), kā arī A. E. Herla (*A. E. Hoerl*) un R. V. Kenarda (*R. W. Kennard*) (14) darbos, lasso (*lasso*) R. Tibširani (*R. Tibshirani*) (19) pētījumā, mazākā leņķa regresiju (*least angle regression*) B. Efrona (*B. Efron*), T. Heistija (*T. Hastie*), A. Džonstona (*I. Johnstone*) u.c. (9) darbā, Beijesa sašaurināšanu (*Bayesian shrinkage*), piemēram, T. Douna (*T. Doan*), R. B. Litermena (*R. B. Litterman*) un K. A. Simsa (*C. A. Sims*) (8) pētījumā, faktora modeļus Dž. Stoka (*J. Stock*) un M. V. Votsona (*M. W. Watson*) (18) un M. Forni (*M. Forni*), M. Alēna (*M. Hallin*), M. Lipi (*M. Lippi*) u.c. (10); (11) darbos), nosakot RMDFA (M. Vildi (*M. Wildi*) (24)) lomu signālu iegūšanā un prognozēšanā ar daudziem mainīgajiem.

M. Vildi (24) iegūtais regularizēts daudzdimensiju filtrs kā metodisks rīks ir neregularizēta tiešā filtra pieejas pēctecis (M. Vildi (23)), kas tomēr nesniedz priekšstatu par tā īpašībām, izmantojot vai nu ģenerētus, vai reālus pasaules datus. Tādējādi šis pētījums ir pirmais autoram zināmais darbs, kurā izziņāta un īstenota RMDFA datiem. Turklāt šajā darbā pētīts, kā RMDFA varētu izmantot, darbojoties ar daudzdimensionālām reālu pasaules datu kopām. Pētījumā secināts, ka filtra regularizēšana palīdz iegūt reālā laika signālus, jo tā kontrolē efektīvās brīvības pakāpes, kas savukārt ļauj novērst pārlietu lielu parametrizāciju (pārparametrizāciju; *overfitting*), kurai var būt degradējoša ietekme uz ārpusizlases rezultātiem. Cita regularizēta filtra priekšrocība ir daudzdimensionālu datu iekļaušanas iespēja, kas vēl vairāk stabilizē ar to iegūtos rezultātus. Pētījumā parādīts, ka tajā izmantotā īpašā regularizēšanas īpašība varētu būt kā atgādinājums par laga (laika nobīdes jeb novēlošanās) samazināšanas locekli Minesotas priorā ("*lag decay*" term in *Minnesota prior*; sk., piemēram, T. Dounu, R. B. Litermenu un K. A. Simsu (8)) Beijesa ekonometrijā. Attālāku filtra koeficientu vērtība tiek pietuvināta nullei, tā ierobežojot brīvības pakāpju skaitu un arī efektīvi saīsinot filtru, kas tādējādi vairāk reaģē uz mainīgo vidi. Šajā pētījumā izziņāta vēl cita regularizēšanas īpašība – šķērsgriezuma sašaurināšana (*cross-sectional shrinkage*), kas nosaka līdzīgu filtru koeficientu darbību līdzīgām datu laikrindām. Šķērsgriezuma sašaurināšana atzīta par lietderīgu īpaši tad, ja datu kopa ir samērā homogēna.

Filtrēšanā izmanto līdz 72 mainīgajiem, lai noteiktu eiro zonas IKP pieauguma vidēja termiņa un ilgtermiņa komponentu. Izmantots gan IKP gada, gan ceturkšņa izaugsmes temps. Rezultāti liecina, ka filtrēšanas izlaide ir stabila, kā arī spējīga imitēt un sniegt savlaicīgākus rādītājus nekā jau iedibinātais EUROCOIN (sk. F. Altissimo (*F. Altissimo*), R. Kristadoro (*R. Cristadoro*), M. Forni (*M. Forni*) u.c. (1)), kurš pamatojas uz dinamisko faktoru metodoloģiju (sk. M. Forni, M. Alēns, M. Lipi u.c. (10); (11)). RMDFA salīdzinājums ar M. Forni, M. Alēna, M. Lipi u.c. (11) dinamisko faktoru metodoloģiju ir īpaši svarīgs, jo abām metodēm ir gan daudz kopīga, gan vairākas acīmredzamas atšķirības. Pirmkārt, dinamisko faktoru modelis sašaurina datu kopas dimensiju līdz dažiem nenovērojamiem faktoriem, un tādējādi tam ir tikai daži novērtējami parametri, savukārt RMDFA datu kopas dimensijas nesamazina, bet gan nosaka koeficientu vērtību ierobežojumus. Tāpēc RMDFA var novērtēt simtiem un pat tūkstošiem koeficientu. Turklāt efektīvo brīvības pakāpju

kontrolē palīdz izvairīties no pārparametrizācijas problēmas un tādējādi iegūt labus ārpusizlases rezultātus. Pētījumā tas ilustrēts, aprēķinot vairāk nekā 800 filtra koeficientu izlasei, kas ir īsāka par 150 novērojumiem. Otrkārt, līdzīgi kā ar daudzām citām faktoru metodēm, arī Dž. Stoka un M. V. Votsona (18) metodi, ar M. Forni, M. Alēna, M. Lipi u.c. (11) dinamisko faktoru metodi faktorus var iegūt no skaidrojošo datu kopas neatkarīgi no mērķa mainīgā. Ja datu kopā dominē mazsvarīgi mainīgie, iegūtajiem vispārinājumiem galvenajiem komponentiem būs maz kopēja ar mērķa mainīgo. Tāpēc rūpīga skaidrojošo mainīgo atlase ir faktoru metodoloģijas veiksmīgas izmantošanas priekšnoteikums. Pretēji tam RMDFA ir noturīgāka pret šādu kļūdu, jo filtrs nosaka mazākus svarus maznozīmīgākajiem un lielākus – svarīgākajiem mainīgajiem. Tādējādi mainīgo priekšatlases posmā RMDFA prasa ieguldīt potenciāli mazāk darbu.

Veicot stabilitātes pārbaudi, filtru izmanto Latvijas datu izlasei, kas nav tik homogēna, un tas iztur šo pārbaudi.

Iespējamais RMDFA trūkums salīdzinājumā ar faktoru metodoloģiju ir šīs pieejas daudzie hiperparametri, kas lietotājam jāizvēlas. Katrai problēmai šāda izvēle ir specifiska. Hiperparametru esamība nebūtu jāuzskata par šīs metodes kritiskāko aspektu. Lietišķajā ekonometrijā ir daudz plaši lietotu metožu, t.sk. Beijesa pieeja, kas izmanto hiperparametrus. Vismaz dažu vispārīgu problēmu risināšanā atsevišķu hiperparametru endogenizēšana varētu būt noderīga, tomēr šis aspekts attiecas jau uz nākotnes pētījumiem.

Pētījuma 1. nodaļā izklāstītas tiešā filtra pieejas jaunās regularizēšanas iezīmes. 2.1. un 2.2. apakšnodaļā šādas jaunas filtra pieejas iezīmes ilustrētas, aprēķinot eiro zonas IKP gada un ceturkšņa izaugsmes tempa rādītājus. Stabilitātes pārbaude mazāk homogēnajai Latvijas datu kopai veikta 3. nodaļā. Pielikumā sniegti dati un to transformācija.

## 1. REGULARIZĒTA DAUDZDIMENSIJU TIEŠĀ FILTRA PIEEJA

RMDFA ir daudzdimensiju tiešā filtra pieejas (sk. M. Vildi (23)) regularizēta versija, kura piemērota reālā laika rādītāju aprēķināšanai (sk. G. Bušs (5)).

Taču neregularizēts daudzdimensiju tiešais filtrs ietver daudz parametru, kuru skaits aug, palielinoties filtra dimensijām. Tāpēc M. Vildi (23) raksturotais filtrs nevar būt pārāk garš vai sastāvēt no vairākiem desmitiem makroekonomisko mainīgo ierobežotās izlases dēļ, kādu parasti novēro makroekonomikā, citādi notiks filtra pārparametrizācija, un filtrēšanas rezultātam būs slikta ārpusizlases kvalitāte. Ceļš, kādā palielināt filtra šķērsgriezuma dimensiju, būtu attiecīgi samazināt filtra garumu, un tas tiešām ir iestrādāts G. Buša (5) izmantotajā algoritmā. Tomēr filtra garumu nevar samazināt bezgalīgi, jo to ierobežo nulle, bet pārāk īsa filtra rezultātā pasliktinātos iegūto rādītāju kvalitāte. Tāpēc līdzīgi parametru sašaurināšanas standarta ekonometriskajai praksei (kores regresijai, sk., piemēram, A. Tihonova un V. Arseņina (20) un A. E. Herla un R. V. Kenarda (14) darbus, lasso, sk. R. Tibširani (19), mazākā leņķa regresijai, sk. B. Efrona, T. Heistija, A. Džonstona u.c. (9) pētījumu, Beijesa sašaurināšanai, sk., piemēram, T. Douna, R. B. Litermena un K. A. Simsa (8) darbu), būtu pamatoti censties sašaurināt arī filtra parametrus, lai kontrolētu efektīvās brīvības pakāpes un izmantotu daudzdimensiju datu kopas. Tā rīkoties mēģinājis M. Vildi (24), daudzdimensiju tiešā filtra pieejā ieviešot trīs sašaurināšanas parametrus, lai kontrolētu šķērsgriezuma un laika dimensijas sašaurināšanu un panāktu izlīdzinātus filtra koeficientus. Šīs trīs sašaurināšanas dimensijas var izmantot jebkurā kombinācijā vai visas pielīdzināt nullei tā, lai jaunais filtrs būtu identisks M. Vildi (23) lietotajam filtram.

Lai īstenotu jaunās regularizēšanas īpašības, šis pētījums pamatojas uz klasiskās filtrēšanas jautājumu. Tā kā tehnisko paņēmieni detalizēts skaidrojums rodams M. Vildi (23); (24) darbos, šajā nodaļā tikai apkopoti pielāgota filtra galvenie elementi, kas nepieciešami jauno regularizēšanas īpašību turpmākai ieviešanai.

Ar  $y_T$  apzīmē simetriska, iespējami abpusēji bezgalīga filtra  $\sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j L^j$  rezultātu, ko izmanto filtra ievades datiem  $x_T$ :

$$\begin{aligned} y_T &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j L^j x_T \\ &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j x_{T-j}, \end{aligned} \quad [1],$$

kur  $L$  ir laika nobīdes jeb novēlojuma (laga) operators.  $y_T$  reālā laika novērtējums ir šāds:

$$\hat{y}_T = \sum_{j=0}^{T-1} b_j x_{T-j} \quad [2].$$

Filtru kompleksās transfērfunkcijas [1] un [2] vienādojumā vispārināti apzīmē attiecīgi ar  $\Gamma(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j \exp(-ij\omega)$  un  $\hat{\Gamma}(\omega) = \sum_{j=0}^{T-1} b_j \exp(-ij\omega)$ .

Stacionāram procesam  $x_T$  MSFE var izteikt kā ideālā rezultāta un reālā laika novērtējuma vidējo kvadrātisko starpību:

$$\int_{-\pi}^{\pi} |\Gamma(\omega) - \hat{\Gamma}(\omega)|^2 dH(\omega) = E[(y_T - \hat{y}_T)^2], \quad [3],$$

kur  $H(\omega)$  ir procesa  $x_T$  nezināms spektrālais sadalījums. MSFE galīgas izlases aproksimāciju no [3] vienādojuma izsaka šādi:

$$\frac{2\pi}{T} \sum_{k=-[T/2]}^{[T/2]} w_k |\Gamma(\omega_k) - \hat{\Gamma}(\omega_k)|^2 S(\omega_k) \quad [4],$$

kur  $\omega_k = k2\pi/T$ ,  $[T/2]$  ir lielākais veselais skaitlis, kas ir mazāks par vai vienāds ar  $T/2$ , un svarus  $w_k$  definē šādi:

$$w_k = \begin{cases} 1 & \text{ja } |k| \neq T/2 \\ 1/2 & \text{pretējā gadījumā} \end{cases} \quad [5]$$

( $w_k$  pamatojumu sk. P. Dž. Brokvela (*P. J. Brockwell*) un R. A. Deivisa (*R. A. Davis*) (4) pētījuma 10. nodaļā); lai gan praktiski nebūtisks, bez tā inversā DFT pilnībā nereproducē datus.  $S(\omega_k)$  [4] vienādojumā var interpretēt kā  $x_T$  nezināma spektrālā blīvuma novērtējumu, kas var būt jebkurš spektrs, piemēram, baltā trokšņa spektra (M. Bakstere (*M. Baxter*) un R. Dž. Kings (*R. G. King*) (2)), gadījuma klejošanas procesa spektra (L. Dž. Kristiāno (*L. J. Christiano*) un T. Dž. Ficdžeralds (*T. J. Fitzgerald*) (7)) un tā daudzdimensiju paplašinājuma (Ž. Valle e Azevedu (*J. Valle e Azevedo*) (21)) novērtējums, uz ARIMA balstīts spektrālais novērtējums TRAMO/SEATS sezonālās izlīdzināšanas procedūrā (Dž. Kaporello (*G. Caporello*), A. Maravaļs (*A. Maravall*) un F. H. Sančess (*F. J. Sánchez*) (6)) vai specifiska ARIMA(0,2,2) procesa novērtējums, kas ir pamatā Hodrika–Preskota filtram (R. Hodriks (*R. Hodrick*) un E. K. Preskots (*E. C. Prescott*) (13), R. Dž. Kings (*R. G. King*) un S. T. Rebelo (*S. T. Rebelo*) (15), A. Maravaļs un A. del Rio (*A. del Rio*) (16)). Taču, kā norāda M. Vildi (22),  $S(\omega_k)$  konsekvence netiek prasīta, jo uzdevums nav novērtēt  $dH(\omega)$ , bet gan MSFE (sk. [3] izteiksmi). Tāpēc šajā pētījumā [4] izteiksmē kā  $S(\omega_k)$  lietota "pietiekama statistika" periodogramma  $I_{Tx}(\omega_k)$ :

$$S(\omega_k) := I_{Tx}(\omega_k) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T x_t \exp(-it\omega_k) \right|^2 \quad [6].$$

Ja minimizē [4] izteiksmi, iegūst reālā laika filtra rezultātu, kas vidējās kvadrātiskās kļūdas izteiksmē optimāli aproksimē ideālo rezultātu. Savukārt M. Vildi (22) piedāvā pielāgotu [4] izteiksmes versiju.

### 1.1. Viendimensijas tiešā filtra pieeja

Diskrētās versijas MSFE ([4] izteiksmi) var pārrakstīt šādi:

$$\frac{2\pi}{T} \sum_{k=-[T/2]}^{[T/2]} w_k |\Gamma(\omega_k) - \hat{\Gamma}(\omega_k)|^2 I_{Tx}(\omega_k) W(\omega_k) \quad [7],$$

kas ir identiska [4] izteiksmei, ja  $W(\omega_k) := 1$ . Tomēr var iegūt  $W(\omega_k) := W(\omega_k, expw, cut)$  vispārinātāku versiju:

$$W(\omega_k, expw, cut) = \begin{cases} 1 & \text{ja } |\omega_k| < cut \\ (1 + |\omega_k| - cut)^{expw} & \text{pretējā gadījumā} \end{cases} \quad [8],$$

kas samazinās līdz vienības vērtībai, ja  $expw = 0$ ; šādā gadījumā iegūst klasisko vidējo kvadrātisko optimizāciju ([4] izteiksme). Parametrs  $cut$  (attiecas uz samazinātu frekvenci (*cut-off frequency*)) iezīmē pāreju starp caurlaides joslu (*passband*) un pa labi visvairāk esošo sprostjoslu (*stopband*), bet  $expw$  (eksponenciālā svāra) pozitīvās vērtības akcentē pa labi esošās sprostjoslas augstas frekvences komponentus, tādējādi veicinot gludāku filtrēšanas rezultātu nekā minimizējot [4] izteiksmi, ja  $expw$  ir nulle.

Viendimensijas analīzes lietderība ir ierobežota, tāpēc turpmāk pētījumā uzmanība pievērsta vairāku laicrindu analīzei.

## 1.2. Daudzdimensiju tiešā filtra pieeja

Iepriekš raksturoto viendimensijas pielāgoto filtru M. Vildi (23) vispārina daudzdimensiju filtrā. Pārrakstot [7] izteiksmes viendimensijas minimizēšanas problēmu un izmantojot DFT  $\Xi_{Tx}(\omega_k)$ , iegūst:

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-[T/2]}^{[T/2]} w_k |\Gamma(\omega_k) - \hat{\Gamma}(\omega_k)|^2 I_{Tx}(\omega_k) W(\omega_k) = \\ & = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-[T/2]}^{[T/2]} w_k |\Gamma(\omega_k) \Xi_{Tx}(\omega_k) - \hat{\Gamma}(\omega_k) \Xi_{Tx}(\omega_k)|^2 W(\omega_k) \end{aligned} \quad [9],$$

kur

$$\Xi_{Tx}(\omega_k) = \sqrt{\frac{1}{2\pi T}} \sum_{t=1}^T x_t \exp(-it\omega_k) \quad [10].$$

Papildus filtra rezultātam  $y_t$  un atbilstošajiem ievades datiem  $x_t$  tiek pieņemts, ka ir  $m$  papildu skaidrojošie mainīgie  $z_{jt}$ ,  $j = 1, \dots, m$ , kas var palīdzēt uzlabot ar viendimensijas filtra pieeju iegūtā  $y_t$  reālā laika novērtējumu. Tādā gadījumā [9] vienādojuma otrās rindas moduļa otrā izteiksme  $\hat{\Gamma}_X(\omega_k) \Xi_{Tx}(\omega_k)$  tiek rakstīta šādi:

$$\hat{\Gamma}_X(\omega_k) \Xi_{Tx}(\omega_k) + \sum_{n=1}^m \hat{\Gamma}_{z_n}(\omega_k) \Xi_{Tz_n}(\omega_k) \quad [11],$$

kur

$$\hat{\Gamma}_X(\omega_k) = \left( \sum_{j=0}^L b_{xj} \exp(-ij\omega_k) \right) \Xi_{Tx}(\omega_k) \quad [12],$$

$$\hat{\Gamma}_{z_n}(\omega_k) = \left( \sum_{j=0}^L b_{z_nj} \exp(-ij\omega_k) \right) \Xi_{Tz_n}(\omega_k) \quad [13]$$

ir vienaspusējas transfērfunkcijas, kas piemērotas skaidrojošiem mainīgajiem, un  $\Xi_{Tx}(\omega_k)$  un  $\Xi_{Tz_n}(\omega_k)$  ir atbilstošās DFT. Pēc tam [9] vienādojuma daudzdimensiju versiju var pārrakstīt šādi:

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-[T/2]}^{[T/2]} w_k \left| \left( \Gamma(\omega_k) - \hat{\Gamma}_X(\omega_k) \right) \Xi_{Tx}(\omega_k) - \right. \\ & \left. - \sum_{n=1}^m \hat{\Gamma}_{z_n}(\omega_k) \Xi_{Tz_n}(\omega_k) \right|^2 W(\omega_k) \end{aligned} \quad [14].$$

## 1.3. Ar mazāko kvadrātu metodi izteikta filtrēšanas problēma

Lai sniegtu piemērotu regularizēta filtra problēmas definīciju, iepriekš aplūkoto daudzdimensiju filtrēšanas problēmu pārraksta mazāko kvadrātu formā (skaidrojumu sk. M. Vildi (24)). Šajā apakšnodaļā analizēts, kā to veic, bet nākamajā ieviesta regularizēšanas problēma.



$X$  definē tā, lai tā  $k$  rinda  $X_k$  būtu izteikta šādi:

$$X_{k'} = (1 + I_{k>0}) \times \text{Vec} \begin{pmatrix} \Xi_{Tx}(\omega_k) & \exp(-i\omega_k)\Xi_{Tx}(\omega_k) & \cdots & \exp(-iL\omega_k)\Xi_{Tx}(\omega_k) \\ \Xi_{Tz_1}(\omega_k) & \exp(-i\omega_k)\Xi_{Tz_1}(\omega_k) & \cdots & \exp(-iL\omega_k)\Xi_{Tz_1}(\omega_k) \\ \Xi_{Tz_2}(\omega_k) & \exp(-i\omega_k)\Xi_{Tz_2}(\omega_k) & \cdots & \exp(-iL\omega_k)\Xi_{Tz_2}(\omega_k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Xi_{Tz_m}(\omega_k) & \exp(-i\omega_k)\Xi_{Tz_m}(\omega_k) & \cdots & \exp(-iL\omega_k)\Xi_{Tz_m}(\omega_k) \end{pmatrix} \quad [15],$$

kur  $L$  ir filtra garums un  $I_{k>0} = 0$ , ja  $k = 0$  un  $I_{k>0} = 1$ , ja  $k = 1, 2, \dots, [T/2]$ . Vektorus  $b$  un  $Y$  izsaka šādi:

$$b = \text{Vec} \begin{pmatrix} b_{x0} & b_{z_10} & b_{z_20} & \cdots & b_{z_m0} \\ b_{x1} & b_{z_11} & b_{z_21} & \cdots & b_{z_m1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{xL} & b_{z_1L} & b_{z_2L} & \cdots & b_{z_mL} \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} \Gamma(\omega_0)\Xi_{Tx}(\omega_0) \\ 2\Gamma(\omega_1)\Xi_{Tx}(\omega_1) \\ 2\Gamma(\omega_2)\Xi_{Tx}(\omega_2) \\ \vdots \\ 2\Gamma(\omega_{[T/2]})\Xi_{Tx}(\omega_{[T/2]}) \end{pmatrix} \quad [16].$$

Atmetot konstanti  $2\pi/T$  un faktiski nenozīmīgo  $w_k$ , [14] izteiksmi ar  $W(\omega_k) = 1$  var pārrakstīt un iegūt:

$$(Y - Xb)'(Y - Xb) \rightarrow \min_b \quad [17].$$

Tā kā  $X$  un  $Y$  vērtības ir kompleksas, arī [17] izteiksmes risinājuma vērtība būs kompleksa. Reāli novērtētu  $b$  var iegūt, veicot  $X$  un  $Y$  rotāciju tā, lai metrikas vērtība [17] izteiksmē netiktu ietekmēta:

$$X_{k,rot} = X_k \exp(-i \arg(\Gamma(\omega_k)\Xi_{Tx}(\omega_k)) + ih\omega_k)$$

$$Y_{rot} = |Y|, \quad [18],$$

kur  $X_{k,rot}$  ir  $X_{rot}$   $k$  rinda un  $h$  ir laika nobīde, kura izmantota filtra novērtēšanā, t.i.,  $h = 0$  vienlaicīgam filtram, ja  $y_{T-h} = y_T$ ,  $h > 0$  gludākam filtram un  $h < 0$  signāla prognozēšanai. Reāli novērtētu  $b$  tādējādi var iegūt, atrisinot:

$$(Y_{rot} - X_{rot}b)'(Y_{rot} - X_{rot}b) \rightarrow \min_b \quad [19].$$

Pielāgotam daudzdimensiju filtram definē šo:

$$X_{k,rot}^{cust} = X_{k,rot} \sqrt{W(\omega_k, expw, cut)} \quad [20],$$

$$Y_{rot}^{cust} = \begin{pmatrix} |\Gamma(\omega_0)\Xi_{Tx}(\omega_0)| \sqrt{W(\omega_0, expw, cut)} \\ 2|\Gamma(\omega_1)\Xi_{Tx}(\omega_1)| \sqrt{W(\omega_1, expw, cut)} \\ \vdots \\ 2|\Gamma(\omega_{[T/2]})\Xi_{Tx}(\omega_{[T/2]})| \sqrt{W(\omega_{[T/2]}, expw, cut)} \end{pmatrix} \quad [21],$$

kur  $X_{k,rot}^{cust}$  ir  $X_{rot}^{cust}$   $k$  rinda. Pēc tam pielāgotā filtra problēmu, izmantojot mazāko kvadrātu metodi, var izteikt šādi:

$$(Y_{rot}^{cust} - X_{rot}^{cust}b)'(Y_{rot}^{cust} - X_{rot}^{cust}b) \rightarrow \min_b \quad [22],$$

kura reducējas uz [19] vienādojumu, ja  $expw = 0$ .

Turpmāk raksturota regularizēta filtra problēma.

### 1.4. Regularizēšana

Atceroties, ka Tihonova regularizēšanas problēmu (sk., piemēram, A. Tihonova un V. Arseņina darbu (20)) var izteikt kā  $(Y - Xb)'(Y - Xb) + \lambda b'b \rightarrow \min_b$ , regularizētā tiešā filtra pieejas problēma, kuru ieviesa M. Vildi (24), izteikta jau pazīstamā veidā:

$$(Y_{rot}^{cust} - X_{rot}^{cust} b)'(Y_{rot}^{cust} - X_{rot}^{cust} b) + \lambda_s b' Q_s b + \lambda_c b' Q_c b + \lambda_d b' Q_d b \rightarrow \min_b \quad [23],$$

kur trīs abpusēji lineārās papildizteiksmes izsaka trīs dažādus regularizēšanas virzienus – koeficientu gludumu (apakšraksts  $s$ ), šķērsriezuma sašaurināšanu (apakšraksts  $c$ ) un laika dimensijas sašaurināšanu (apakšraksts  $d$ ). Katrs virziens tiks aplūkots atsevišķi.

Gluduma ierobežojuma pamatā ir pieņēmums, ka filtra koeficientiem nevajadzētu mainīties pārāk haotiski kā funkcijām no laika nobīdes jeb laga.  $(L + 1) \times (L + 1)$  izmēra  $Q_s$  matrica ir šāda:

$$b' Q_s b = \sum_{u=0}^m \sum_{l=2}^L ((1 - L)^2 b_l^u)^2 \quad [24],$$

kur  $(1 - L)^2 b_l^u = b_l^u - 2b_{l-1}^u + b_{l-2}^u$  ir  $b_l^u$  otrās kārtas starpība,  $l = 0, \dots, L$  un  $u = 0, \dots, m$ . Tāpēc [24] vienādojuma loceklis ir filtra koeficientu kvadrātiskā izliekuma mērs: ja koeficienti kā nobīdes funkcijas sarūk lineārā veidā, šis loceklis izzūd. Tāpēc robežgadījumā, kad  $\lambda_s \rightarrow \infty$ , filtra koeficientiem ir ierobežojums – tiem jābūt lineārām nobīdes funkcijām.

Šķērsriezuma sašaurināšanas pamatā ir pieņēmums, ka vienādām laikrindām paredzami vienādi filtra koeficienti. Šo sašaurināšanu veic, loceklim  $b$  nosakot ierobežojumus saskaņā ar šādu izteiksmi:

$$\sum_{u=0}^m \left( \left( b_0^u - \frac{1}{m+1} \sum_{u'=0}^m b_0^{u'} \right)^2 + \left( b_1^u - \frac{1}{m+1} \sum_{u'=0}^m b_1^{u'} \right)^2 + \dots + \left( b_L^u - \frac{1}{m+1} \sum_{u'=0}^m b_L^{u'} \right)^2 \right) \quad [25],$$

kuras rezultātā iegūst simetrisku abpusēji lineāru formu ar

$$Q_c = \begin{pmatrix} q_{c,1} \\ q_{c,2} \\ \vdots \\ q_{c,(m+1)*(L+1)} \end{pmatrix} \quad [26],$$

kur

$$q_{c,1} = \left( 1 - \frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid -\frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid -\frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid \dots \right)$$

$$q_{c,2} = \left( 0, 1 - \frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid 0, -\frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid 0 - \frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid \dots \right)$$

$$q_{c,3} = \left( 0, 0, 1 - \frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid 0, 0, -\frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid 0, 0, -\frac{1}{m+1}, 0, \dots, 0 \mid \dots \right)$$

$$\dots q_{c,(m+1)*(L+1)} = \left( 0, 0, \dots, -\frac{1}{m+1} \mid 0, 0, \dots, -\frac{1}{m+1} \mid 0, 0, \dots, -\frac{1}{m+1} \mid \dots \right)$$

$$\left( 0, 0, \dots, 1 - \frac{1}{m+1} \right) \quad [27]$$

un katra ar  $|$  atdalīta bloka garums ir  $L + 1$ . Tādējādi uz  $Q_c$  diagonāles ir 1 un periodiski sakārtoti  $-\frac{1}{m+1}$ , kas nosaka [25] izteiksmes centrālos vidējos lielumus.

Ja  $\lambda_c$  vērtība ir augstāka, izvēle ir par labu līdzīgu filtru izmantošanai dažādās laikrindās, un robežgadījums  $\lambda_c \rightarrow \infty$  nodrošina, ka filtra koeficienti visās laikrindās ir vienādi.

Visbeidzot, laika dimensijas sašaurināšanas pamatā ir pieņēmums, ka praktiķis varētu izvēlēties tādus filtra koeficientus, kuri kā nobīdes funkcijas pakāpeniski sašaurinās līdz nulles vērtībai. Beijesa metodes piekritējam tas atgādinās nobīdes sašaurināšanas locekli Minesotas priorā (sk., piemēram, T. Dounu, R. B. Litemenu un K. A. Simsu (8)). Šādu sašaurināšanu veic, nosakot  $Q_d$  vērtību tā, lai:

$$b'Q_d b = \sum_{u=0}^m \sum_{l=0}^L \tilde{q}_l (b_l^u)^2 \quad [28],$$

kur  $\tilde{q}_l$  ir [29] vienādojuma  $l$  elements:

$$\tilde{q} = (q^{0vh}, q^{|1-0vh|}, q^{|2-0vh|}, \dots, q^{|L-0vh|}) \quad [29],$$

kur savukārt  $q$  ir noteikts kā  $q := 1 + \lambda_d$ ,  $\forall$  apzīmē  $\max(\cdot)$  funkciju un  $h$  ir nobīde, pie kādas tiek novērtēts filtrs, t.i.,  $h = 0$ , ja vienlaicīgs filtrs, kas nosaka, ka  $y_{T-h} = y_T$ ;  $h > 0$ , ja filtrs ir gludinātājs (*smoother*);  $h < 0$ , ja filtra uzdevums ir signāla prognozēšana  $h$  nākamos periodus. Novērtējot  $y_{T-h}$ , ja  $h > 0$ , praktiski varētu vēlēties piešķirt lielāko filtra svaru tiem novērojumiem, kas sakrīt ar  $y_{T-h}$ . Tādējādi [29] vienādojums nodrošina, ka nobīdei  $h$  (tā kā  $q^{h-0vh} = q$ ) noteikta regularizēšana minimālā pakāpē, un sašaurināšana ir simetriska abās pusēs no mērķa nobīdes  $h$ . Augstāka  $\lambda_d$  vērtība nodrošina koeficienta kā nobīdes funkcijas straujāku sašaurināšanos līdz nullei.

Tā kā regularizēšana izteikta abpusēji lineāros veidos, problēmai [23] izteiksmē ir analītisks risinājums. Ja  $\lambda_s = \lambda_c = \lambda_d = 0$ , [22] izteiksmē veidojas neregularizēta filtra problēma. Ja  $expw = 0$ , bet pieļautas dažas pozitīvas regularizēšanas lambdas, veidojas regularizēta klasiskā daudzdimensiju filtra problēma. Šajā pētījumā secināts, ka nobīdes sarukuma sašaurināšana ir izdevīgākais no visiem trijiem izmantošanai pieejamiem regularizēšanas veidiem, kam seko šķērsriezuma sašaurināšana.

Nākamajā apakšnodaļā raksturots, kā izmantojams filtrs, kas iegūts, atrisinot [23] izteiksmi, ja ievēroti divi potenciāli ierobežojumi – pirmās un/vai otrās kārtas ierobežojumi.

### 1.5. Līmeņa un laika nobīdes ierobežojumi

Pirmās kārtas ierobežojums nosaka īpašas vērtības amplitūdas funkcijām nulles frekvencē. Joslas filtra amplitūdas nulles frekvencē parasti nosaka nulles vērtībā, nodrošinot to, ka joslas filtrs tendences frekvencei nosaka nulles svaru, bet viendimensijas zemo frekvenču filtram nulles frekvencē parasti amplitūda ir vienāda ar vienību, lai nodrošinātu, ka zemas frekvences filtrs atspoguļo mērķa līmeni/mērogu; šāds ierobežojums saistīts ar pieņēmumu, ka mērķim ir vienības sakne nulles frekvencē jeb tas ir pirmās kārtas integrēts process.

Daudzdimensiju filtra amplitūdas optimālais ierobežotais līmenis nulles frekvencē nav tik skaidri noteikts. Šo līmeni visiem mainīgajiem var noteikt kā skaidrojošo

mainīgo skaita inverso lielumu, ja visu skaidrojošo mainīgo tendence ir aptuveni vienāda. Tomēr tas tā var nebūt, tāpēc labāku rezultātu var iegūt, diferencējot dažādu skaidrojošo mainīgo amplitūdas ierobežojumu nulles frekvencē. Šādas ierobežojuma diferencēšanas piemērs sniegts empīrisko pētījumu nodaļā.

Praksē iespējams izvēlēties izmantot vai neizmantojot līmeņa ierobežojumu. To īsteno, nosakot šādu ierobežojumu:

$$b_{-h}^u + b_{-(h-1)}^u + \dots + b_{L-h}^u = w^u \quad [30],$$

kur  $w^u$  ir vērtība, pie kādas transfērfunkcija mainīgajam  $u$  noteikta nulles frekvencē, bet  $h$  ir mērķa nobīde.

Otrās kārtas ierobežojums nodrošina, lai filtra laika nobīde nulles frekvencē būtu nulle un ir saistīts ar pieņēmumu, ka mērķa mainīgajam nulles frekvencē ir divas vienības saknes. Taču praksē ierobežojumu noteikšana atkarīga no pētījuma veicēja izvēles, un ir iespējams piemērot abus ierobežojumus kopā vai arī laika maiņas ierobežojumu bez līmeņa ierobežojuma, kas laika domēnā nav tieši īstenojams. Otrās kārtas ierobežojumu īsteno, liekot izzust transfērfunkcijas atvasinājuma vērtībai nulles frekvencē, iegūstot šādu koeficienta ierobežojumu:

$$\begin{aligned} -hb_{-h}^u + (1-h)b_{1-h}^u + (2-h)b_{2-h}^u + \dots + b_1^u + 2b_2^u + \dots \\ + (L-h)b_{L-h}^u = 0 \end{aligned} \quad [31],$$

kur  $h$  ir mērķa nobīde.

Abus ierobežojumus var īstenot, izvēloties jebkurus divus koeficientus, tomēr tie attiecināti uz  $b_0^u$  un  $b_1^u$  tāpēc, lai izvairītos no konflikta starp šiem ierobežojumiem un regularizēšanu.

Ierobežota regularizēta filtra problēmu atrisina, filtra koeficienta vektoru  $b$  izsakot šādi:

$$b = Rb_f + c \quad [32],$$

kur  $b_f$  ir brīvi noteiktu filtra koeficientu vektors, kuru aprēķina, [23] izteiksmē ievietojot [32] vienādojumu un pēc tam ievietojot novērtēto  $b_f$  [32] vienādojumā, lai iegūtu  $b$  novērtējumu (sk. M. Vildi (24)).

### 1.6. Efektīvās brīvības pakāpes

Neierobežotu mazāko kvadrātu kontekstā (regresijas) brīvības pakāpes atbilst novērtēto parametru skaitam. Ja dota labi definēta mazāko kvadrātu problēma  $(Y - Xb)'(Y - Xb) \rightarrow \min_b$ , novērtētās  $Y$  vērtības var izteikt ar cepures (*hat*) vai gludināšanas (*smoother*) matricu  $S$ , kura faktiski ir projekcijas matrica  $P$ :

$$\hat{Y} = SY = X(X'X)^{-1}X'Y = PY \quad [33].$$

Brīvības pakāpes ir projekcijas matricas taka (*trace*, galvenās diagonāles elementu summa):

$$d. f. = tr(P) \quad [34],$$

kas vienāda ar  $X$  rangu.

[23] izteiksmē sniegtajai regularizētajai problēmai  $(Y_{rot}^{cust} - X_{rot}^{cust}b)'(Y_{rot}^{cust} - X_{rot}^{cust}b) + \lambda_s b'Q_s b + \lambda_c b'Q_c b + \lambda_d b'Q_d b \rightarrow \min$  gludināšanas matrica vairs nav ortogonāla projekcijas matrica, tomēr uz to attiecas tā pati jēga. Apzīmējot  $Y_{rot}^{cust}$  novērtēto vērtību ar  $\hat{Y}_{rot}^{cust}$  un atbilstošo gludināšanas matricu ar  $\tilde{S}$ , iegūst:

$$\tilde{S} = Re(X_{rot}^{cust})((X_{rot}^{cust})'X_{rot}^{cust} + \lambda_s Q_s + \lambda_c Q_c + \lambda_d Q_d)^{-1} Re(X_{rot}^{cust})' \quad [35],$$

lai  $\hat{Y}_{rot}^{cust} = \tilde{S}Y_{rot}^{cust}$ , un efektīvās brīvības pakāpes (vai parametru efektīvais skaits) ir  $\tilde{S}$  taka:

$$e. d. f. = tr(\tilde{S}) \quad [36]$$

(sk., piemēram, Dž. E. Mūdija (*J. E. Moody*) (17) un Dž. S. Hodžesa (*J. S. Hodges*) un D. Dž. Sārdženta (*D. J. Sargent*) (12) darbus).

Efektīvās brīvības pakāpes ir noderīgas, lai kontrolētu pārparametrizāciju un attiecīgo ārpusizlases darbības rezultātu.

## 2. EIRO ZONAS EKONOMISKĀS AKTIVITĀTES NOVĒRTĒJUMS

### 2.1. IKP gada pieauguma tendences cikla novērtējums

Šajā nodaļā aplūkotas daudzdimensiju filtra regularizēšanas pazīmes, izstrādājot divus dažādus eiro zonas IKP reālā laika rādītājus. Abi rādītāju veidi atšķiras ar ievades datu transformāciju un to filtru veidu attiecīgajām modifikācijām. Šajā apakšnodaļā analizēts reālā IKP gada pieauguma temps, bet otrs rādītāja veids, kas aplūkots nākamajā apakšnodaļā, attiecas uz reālā IKP ceturkšņa pieauguma tempu. Šo rādītāju potenciālie lietotāji pēc saviem ieskatiem var izvēlēties vienu no tiem. Turpmāk seko katra rādītāja veida atsevišķs sīkāks apskats, sākot ar gada izaugsmes rādītāja analīzi.

#### 2.1.1. Mērķis

Filtra mērķis ir reālā IKP gada pieauguma ideāls zemo frekvenču filtrs (caurlaides joslā tā amplitūda vienāda ar vienību, bet sprostjoslā – ar nulli) ar 12 mēnešu viļņu garuma apakšējo robežu. Atbilstoši *Eurostat* publicētajiem IKP ceturkšņa dati attiecas uz periodu, kas sākas ar 1995. gada 1. ceturksni un beidzas ar 2011. gada 4. ceturksni. Pirms spektrālā satura ievades filtrā datus lineāri interpolē ar mēneša frekvenci, izsaka logaritma veidā, diferencē attiecībā pret iepriekšējā gada atbilstošo periodu un normalizē ar vidējo vērtību nulle.

#### 2.1.2. Skaidrojošie mainīgie

Par skaidrojošiem mainīgajiem izmanto gan EFLĢ publicētos uzņēmumu un patērētāju konfidences mēneša rādītājus, gan citus mēneša datus. Kopskaitā lietoti 72 mēneša mainīgie. Rādītāju izvēli noteica to ekonomiskā nozīme un datu pieejamība. Pielikumā pievienots ievades datu un to transformāciju pilns saraksts. EFLĢ parasti publicē datus katra pārskata mēneša beigās, izņemot decembra datus, kas kļūst pieejami janvāra sākumā. EFLĢ uzņēmumu un patērētāju apsekojumu dati gandrīz nekad netiek pārskatīti, un tas attiecas gan uz sezonāli neizlīdzinātiem, gan uz sezonāli izlīdzinātiem datiem, jo sezonāli izlīdzināti dati iegūti, izmantojot sezonālās izlīdzināšanas programmu *Dainties*, kura, parādoties jaunu datu

publiskojumiem, nepārskata pagātnes datus.<sup>1</sup> Minēto apsvērumu dēļ EFLG dati ērti izmantojami reālā laika filtrēšanas procesā. Daži citi skaidrojošie dati tiek pārskatīti, tomēr uzskata, ka pārskatīšanas ietekme uz filtra rezultātu ir niecīga, un tāpēc tiek izmantoti pēc pārskatīšanas publiskotie dati.

Visi skaidrojošie mainīgie attiecas uz periodu, kas sākas ar 1995. gada janvāri un beidzas ar 2012. gada aprīli, un ir standartizēti līdz vidējai vērtībai nulle un vienības dispersijai. Veicot atbilstošu transformāciju, integrētie dati pārvērsti neintegrētos datus. Pielikumā pievienoti dati un to transformācijas.

### 2.1.3. Regularizēšanas īpašības

Tālāk aplūkotas filtra regularizēšanas īpašības. Lai vizuāli būtu vieglāk sekot, kā arī skaitlisko problēmu dēļ (neregularizēts filtrs nedarbosies daudzdimensionālu datu ievades gadījumā, kad novērtēto filtra parametru skaits sasniedz novērojumu skaitu), filtra efekta analīzē izmantoti tikai deviņi apsekojumu mainīgie. Turpmāk izklāstā tiks pievienoti vēl citi dati. Šie deviņi mainīgie ir uzņēmumu un patērētāju apsekojumu dati: pēdējos mēnešos novērotā ražošanas tendence (rūpniecība), pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), gatavās produkcijas krājumu novērtējums (rūpniecība), ražošanas izlaides gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), nodarbinātības gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), konfidences rādītājs būvniecībā, konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, patērētāju konfidences rādītājs un konfidences rādītājs pakalpojumu sektorā.

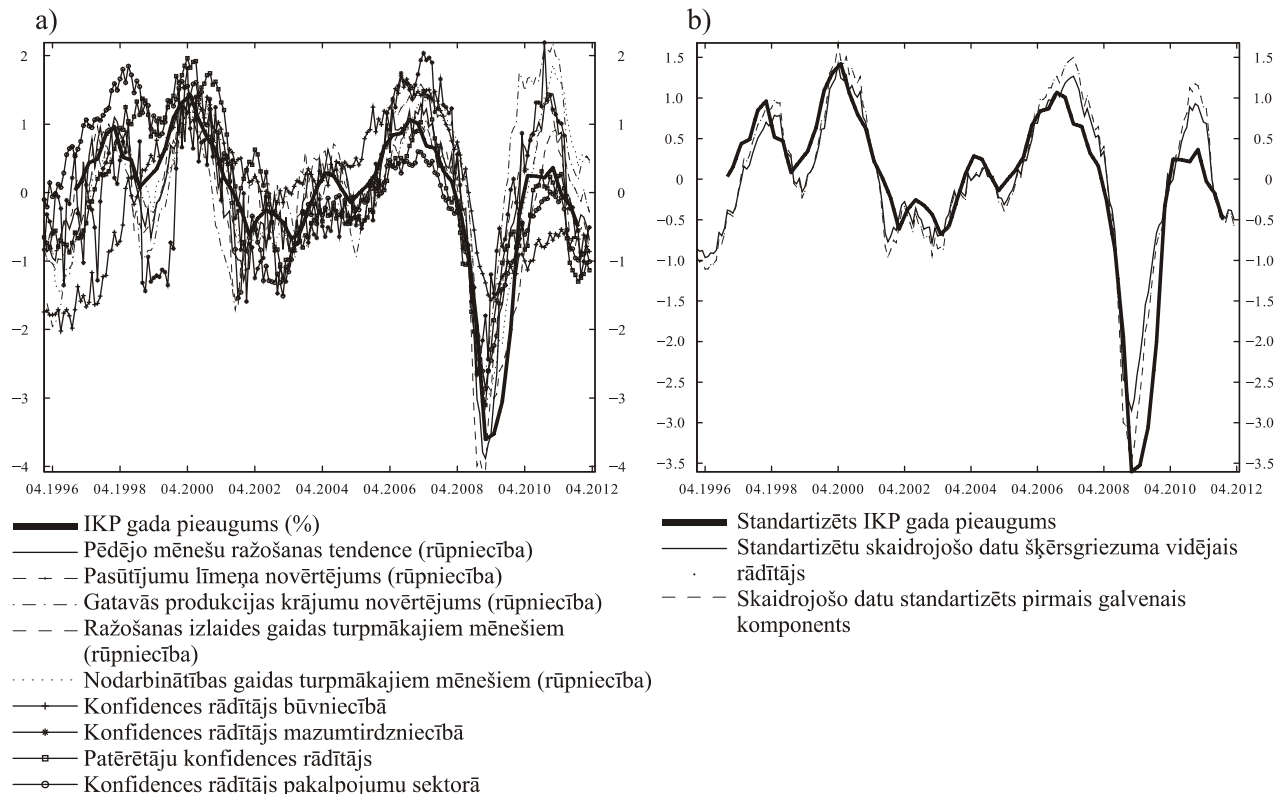
Lai pamatotu datu pārveidojumu izvēli, grafiski attēloti transformētie mērķa mainīgie un skaidrojošie mainīgie. 1.a attēlā parādīti eiro zonas IKP gada pieauguma standartizēti dati salīdzinājumā ar uzņēmumu un patērētāju apsekojumu standartizētiem datiem. Skaidrojošo mainīgo datu atbilstība IKP gada pieauguma rādītājiem ir laba. Aprēķinot šķērsriezuma vidējo rādītāju un pirmo galveno komponentu no standartizētiem skaidrojošiem datiem, kā arī veicot salīdzinājumu ar standartizētu IKP gada pieaugumu, redzams, ka gan vidējais rādītājs, gan pirmais galvenais komponents labi izskaidro IKP gada pārmaiņas, un vidējā rādītāja un galvenā komponenta rezultātos nav lielu atšķirību (sk. 1.b att.).

Uzskatāmi parādīts, ka attiecībā uz eiro zonas IKP normalizēta gada pieauguma cikliskajām norisēm vienkāršo šķērsriezuma vidējo rādītāju vai skaidrojošo mainīgo pirmo galveno komponentu daudz uzlabot nevar; grūtāk ir noteikt nenormalizētus mērķa mainīgos (sk. turpmākos rezultātus). Šķērsriezuma vidējo rādītāju vai galvenos komponentus var izmantot kā filtra ievades datus, tomēr šajā pētījumā parādīts, ka tas nav nepieciešams, jo kā ievades datus var izmantot oriģinālos, iespējams, daudzdimensiālos datus un no to daudzveidības gūt potenciālu labumu.

<sup>1</sup> Sīkāku informāciju sk. *The Joint Harmonized EU Programme of Business and Consumer Surveys. User Guide, 2007, European Commission Directorate-General for Economic and Financial Affairs.* (Pieejams: [http://ec.europa.eu/economy\\_finance/db\\_indicators/surveys/documents/userguide\\_en.pdf](http://ec.europa.eu/economy_finance/db_indicators/surveys/documents/userguide_en.pdf)).

1. attēls

**IKP un uzņēmumu un patērētāju apsekojumu datu salīdzinājums**

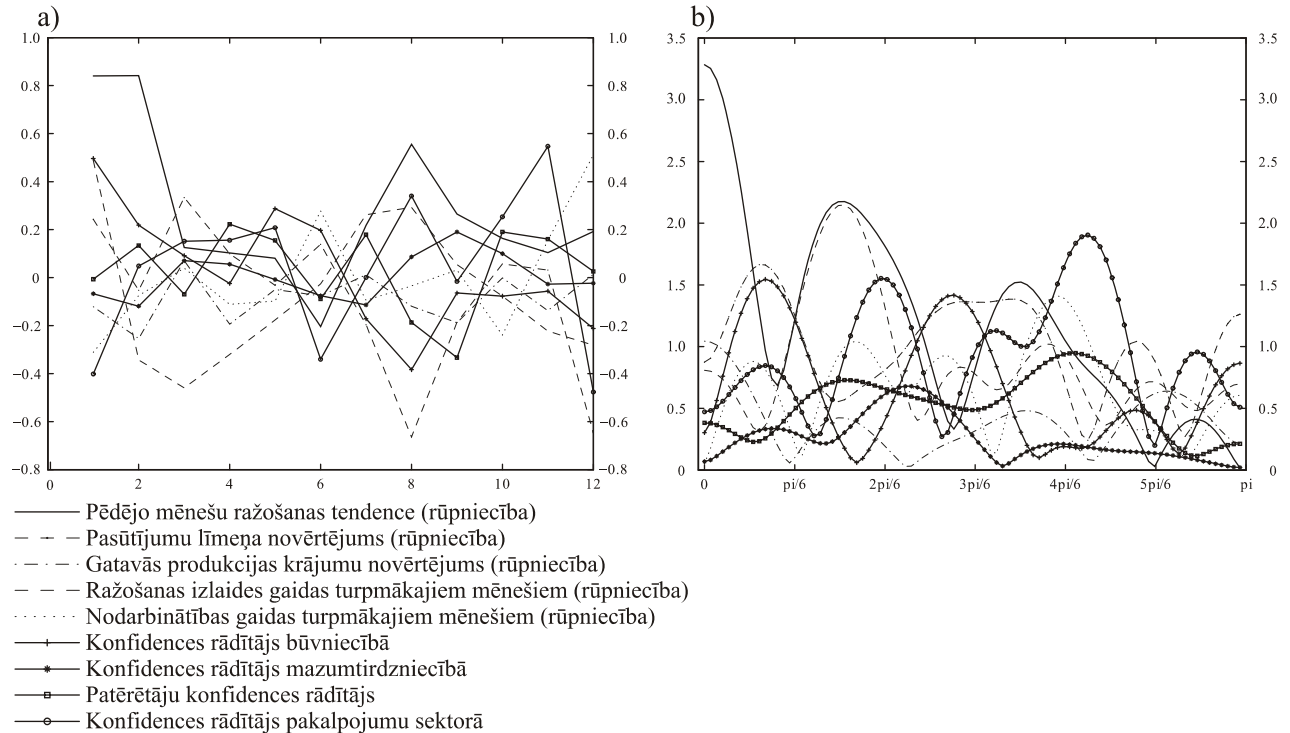


Piezīmes. a) IKP gada pieauguma salīdzinājums ar uzņēmumu un patērētāju datiem; b) IKP gada pieauguma salīdzinājums ar šķērsriezuma vidējo rādītāju un uzņēmumu un patērētāju datu pirmo galveno komponentu; visi mainīgie normalizēti līdz vidējai vērtībai nulle un vienības dispersijai.

Lai saprastu neregularizēta daudzdimensiju filtra pārparametrizācijas apmērus, jāaplūko neierobežots filtrs, ko lieto minētajiem deviņiem mainīgajiem, nosakot eiro zonas IKP gada pieauguma ideālu zemās frekvences filtru ar 12 mēnešu viļņu garuma apakšējo robežu. Vienkāršības labad noteikts fiksēts (12 novērojumu) filtra garums. Lai gan deviņu mainīgo filtrs lietojams un darbojas pilnai izlasei (178 novērojumiem), mazākās apakšizlasēs tas sabrūk, jo brīvības pakāpju skaits pārsniedz novērojumu skaitu visām apakšizlasēm, kas īsākas par  $9 * 12 = 108$  novērojumiem. Filtra garuma samazinājums varētu būt pagaidu risinājums uz neilgu laiku un ar zināmām sekām filtra rezultāta kvalitātei. Tāpēc neierobežota deviņu mainīgo filtra rezultāts aplūkotajai datu izlasei nav iespējams. Līdz ar to nepieciešama parametru sašaurināšana. Lai ilustrētu regularizēta filtra rosinātas parametru sašaurināšanas efektu, tiek analizēti neierobežota un neregularizēta deviņu mainīgo filtra koeficienti pilnai izlasei. Tā kā ir deviņi mainīgie un 12 novērojumu filtrs, iegūst 108 parametrus, kas jānovērtē 178 novērojumu izlasei, iegūstot tikai 70 atlikuma brīvības pakāpes. 2.a attēlā redzams, ka novērtētie filtra koeficienti ir haotiski un nav gludi; tie arī neliecina ne par līdzīgiem koeficientiem starp mainīgajiem, ne arī par acīmredzamu sarukumu nulles virzienā ar augošu nobīdi. 2.b attēls liecina par (samērā haotisku) filtra amplitūdu atbilstību 2.a attēlā sniegtajiem koeficientiem. Tāpēc uzskatīts par lietderīgu izpētīt, kā amplitūdas mainās dažādu ierobežojumu un regularizēšanas ietekmē.

2. attēls

**Filtra koeficienti un amplitūdas bez regularizēšanas**



Piezīmes. a) Deviņu mainīgo filtra koeficienti bez regularizēšanas un filtra ierobežojumiem; b) 2.a attēla koeficientiem atbilstošās filtra amplitūdas. Ja nav norādīts citādi, šie rādītāji atspoguļoti arī 3.–10. attēlā.

Turpmāk aplūkots filtra ierobežojumu efekts un regularizēšanas īpašības – vispirms katra atsevišķi un pēc tam – potenciāli noderīgās kombinācijās.

Pirmās pakāpes ierobežojums nosaka specifisku filtra amplitūdas vērtību nulles frekvencē. Viendimensijas zemas frekvences filtra amplitūdas dabiskā vērtība nulles frekvencē ir vienība, lai nodrošinātu to, ka rezultāta mērogs salīdzināms ar mērķa signāla mērogu. Daudzdimensiju filtru nevar raksturot vienlīdz vienkārši, jo ievades datu laikrindu tendences parasti atšķiras; vienas vērtības ierobežojums visām amplitūdām nulles frekvencē tāpēc varētu nebūt optimāls. Ja visas ievades datu laikrindas raksturotu viena tendence, būtu dabiski, ka ar daudzdimensiju zemas frekvences filtru noteiktas tādas amplitūdas nulles frekvencē, kas ir inversas ievades datu laikrindu skaitam, lai amplitūdu kopsumma nulles frekvencē būtu vienāda ar vienību. Tā kā ievades datu laikrindas šajā pētījumā savstarpēji ir nedaudz līdzīgas, izmantota pēdējā minētā pieeja; tomēr, ja izvēlas sarežģītāku amplitūdas ierobežojumu, kas dažādās ievades datu sērijās ļauj diferencēt amplitūdas vērtības nulles frekvencē, iespējami potenciāli uzlabojumi. Šāda pieeja aplūkota turpmākajā nodaļā, kur filtru izmanto daudzdimensionālākai skaidrojošo mainīgo kopai.

Pirmās kārtas ierobežojums katrā ievades datu laikrindā ierobežo vienu brīvības pakāpi, tādējādi neregulētā deviņu mainīgo filtrā tiek ierobežotas deviņas brīvības pakāpes.

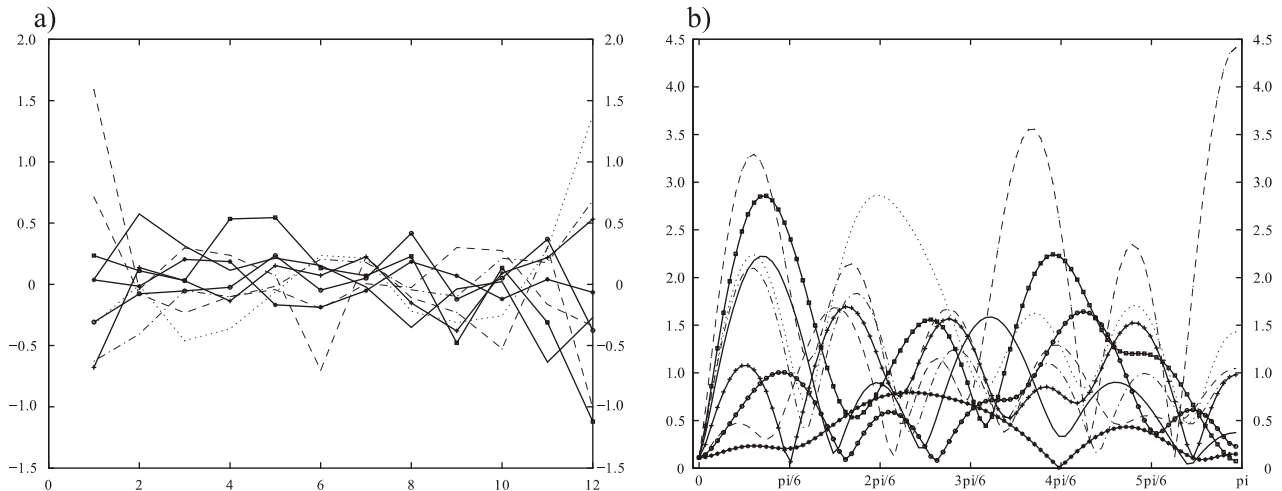
3.a un 3.b attēlā redzams, ka amplitūdu ierobežojuma dēļ nedaudz palielinās koeficientu dispersija (mainījies diagrammas mērogs) un amplitūdas ir nedaudz



vairāk izvērstas. Tādējādi šķiet, ka pirmās kārtas ierobežojums pats par sevi nebūs nodērīgs slikti definētam daudzdimensiju filtram. Jāievēro, ka amplitūdas ierobežojums ir saistošs gandrīz visām laikrindām, jo neierobežotās amplitūdas nulles frekvencē ir izkliedētas no ierobežotās vērtības ( $1/9$ ).

3. attēls

**Zemas frekvences filtrs ar pirmās kārtas ierobežojumu**



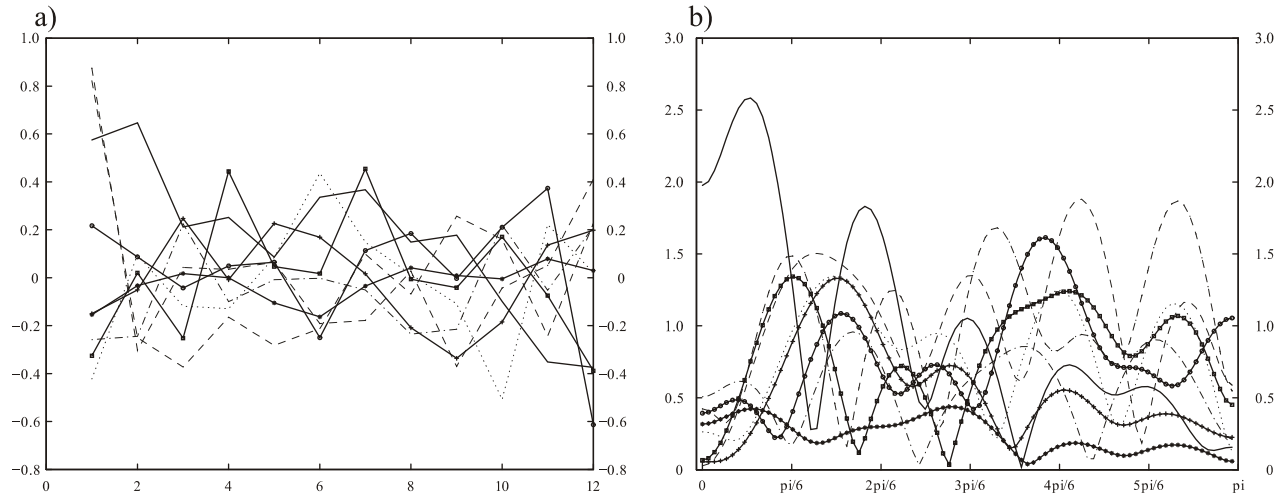
Piezīmes. a) Koeficienti zemas frekvences filtram ar pirmās kārtas ierobežojumu; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 3.a attēlā.

Ar otrās kārtas ierobežojumu mērķa laika apsteigumam vai novēlojumam nosaka izzūdošu fāzes maiņu nulles frekvencē, kā arī ierobežo vienu brīvības pakāpi katram ievades mainīgajam salīdzinājumā ar neregularizētu problēmu. Šis ierobežojums saistīts ar pieņēmumu, ka mērķa mainīgais ir otrās kārtas integrēts process, un tādā gadījumā nulles frekvencē ir divas vienības saknes un īstenosies gan pirmās, gan otrās kārtas ierobežojums. Taču laika nobīdes ierobežojumu var noteikt bez pirmās kārtas ierobežojuma, lai panāktu, ka izlaide ir vienlaicīga ar mērķa signālu bez vajadzības pieņemt, ka mērķa signāls ir integrēts otrās kārtas process. Tāpēc šāda ierobežojumu kombinācija pārspēj parasti laika domēnā izmantotās aplikācijas.

4.a un 4.b attēls, kas attiecīgi atbilst filtra koeficientiem un amplitūdām, parāda, ka koeficienti atgriezušies savā sākotnējā mērogā un amplitūdas arī šķiet mazāk izvērstas par pirmās kārtas ierobežota filtra amplitūdām. (Acīmredzot lielākas amplitūdas augstu frekvenču gadījumā liecina, ka nulles laika nobīdes nulles frekvencē īsteno, augstas frekvences saturam piešķirot lielākus svarus, kas ir raksturīgi gadījumam, kad skaidrojošie mainīgie atpaliek attiecībā pret mērķa mainīgo, kas savukārt atbilst novērojumiem 1.a un 1.b attēlā.) Tomēr otrās kārtas ierobežojums nav universāls līdzeklis, jo amplitūdas joprojām ir haotiskas un efektīvo brīvības pakāpju skaits pārsniedz novērojumu skaitu izlasēs, kuras mazākas par  $9 * (12 - 1) = 99$  mēnešiem, t.i., astoņu gadu datiem.

4. attēls

Vienlaicīgs filtrs ar otrās kārtas ierobežojumu



Piezīmes. a) Koeficienti vienlaicīgam filtram ar otrās kārtas ierobežojumu; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 4.a attēlā.

Pievēršoties jaunās regularizēšanas metodes īpašībām, 5.a–5.f attēlā atspoguļota koeficienta gluduma dažādas pakāpes ierobežojuma ietekme, ja  $\lambda_s$  ir 0.01, 0.1 un 1, kas savukārt atbilst attiecīgi 66, 43 un 30 brīvības pakāpēm.

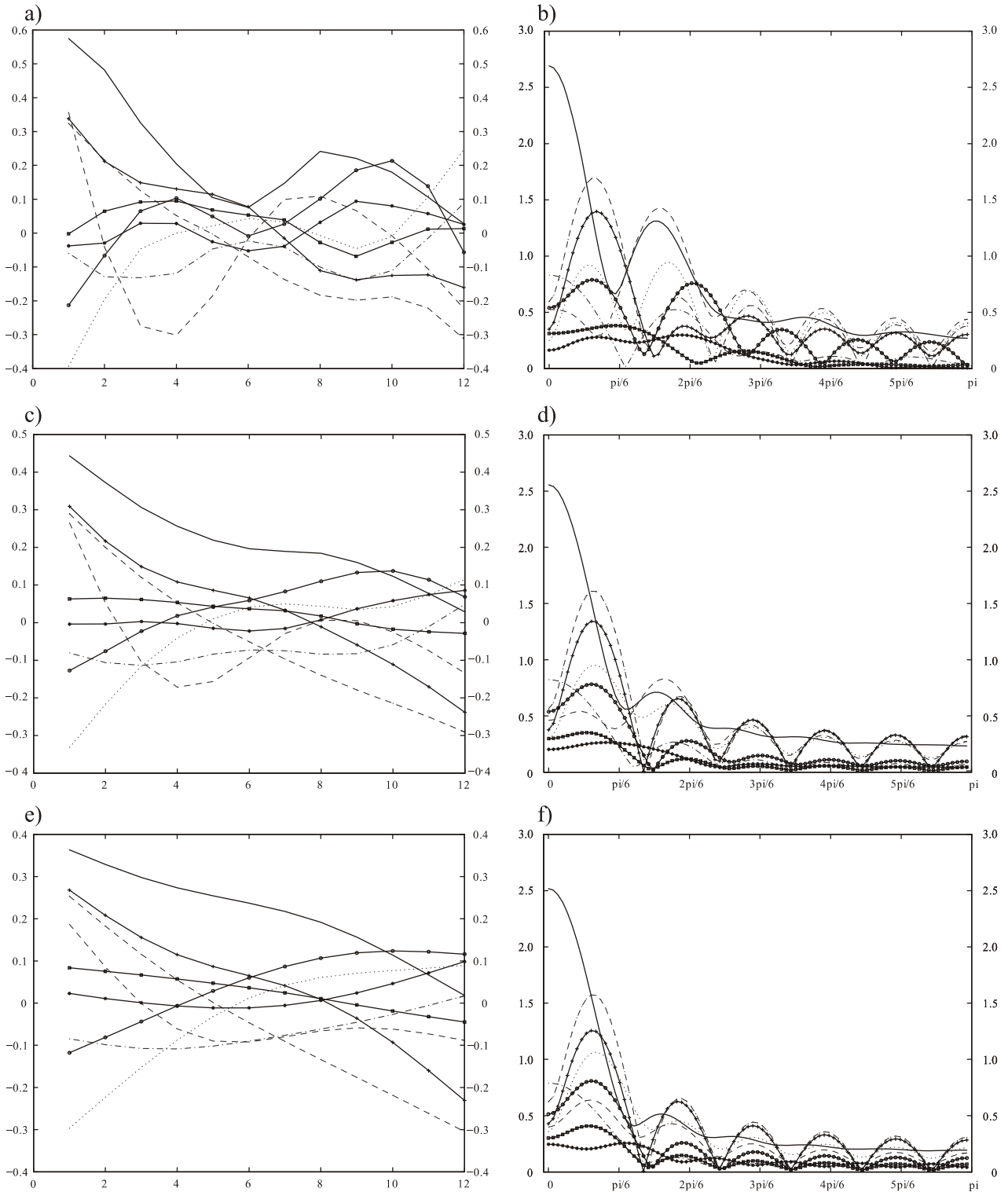
5.a–5.f attēls liecina, ka filtra koeficienti vairs nav haotiski, bet ir gludi, un, pieaugot parametra  $\lambda_s$  gludumam, palielinās to linearitāte. Ja gluduma parametru turpina palielināt, filtra koeficienti konverģē uz taisnām līnijām. Tomēr šāda pārregularizācija nav ne vajadzīga, ne vēlama, jo gludumu noteicošā koeficienta mazās aplūkotās vērtības jau lielā mērā samazina brīvības pakāpju skaitu, un atbilstošās amplitūdas šķiet daudz līdzīgākas iespējami gaidītajām amplitūdām, t.i., vairākums to svaru koncentrējas caurlaides joslā  $[0, \pi/6]$  un tuvojas nullei zemas frekvences joslā. Neraugoties uz to, filtra koeficienti ne tuvojas nullei ar lielākām nobīdēm, ne arī kļūst līdzīgāki laikrindās.

6.a–6.f attēls parāda dažādas pakāpes šķērsriezuma ierobežojuma efektu, ja  $\lambda_c$  ir 0.01, 0.1 un 1 (pārējie sašaurināšanas parametri ir vienādi ar nulli), kas atbilst attiecīgi 85, 48 un 24 efektīvām brīvības pakāpēm, t.i., tuvu novērojumiem, ja izmantots parametru gluduma ierobežojums.

Šķērsriezuma ierobežojuma ietekme atšķiras no parametru gluduma ierobežojuma ietekmes, jo neliels šķērsriezuma ierobežojums šķietami uzlabo filtra koeficientu un amplitūdu rezultātus (sk. 6.a un 6.b att.), bet tā turpmāks ierobežojums viens pats var būt nelabvēlīgs (sk. amplitūdas rezultātus 6.f att.). Šī šķērsriezuma ierobežojuma analīze palīdz izprast, kuras laikrindas vai to klasteri atšķiras no pārējām. Šajā pētījumā secināts, ka neviena laikrinda nav īpaši atšķirīga.

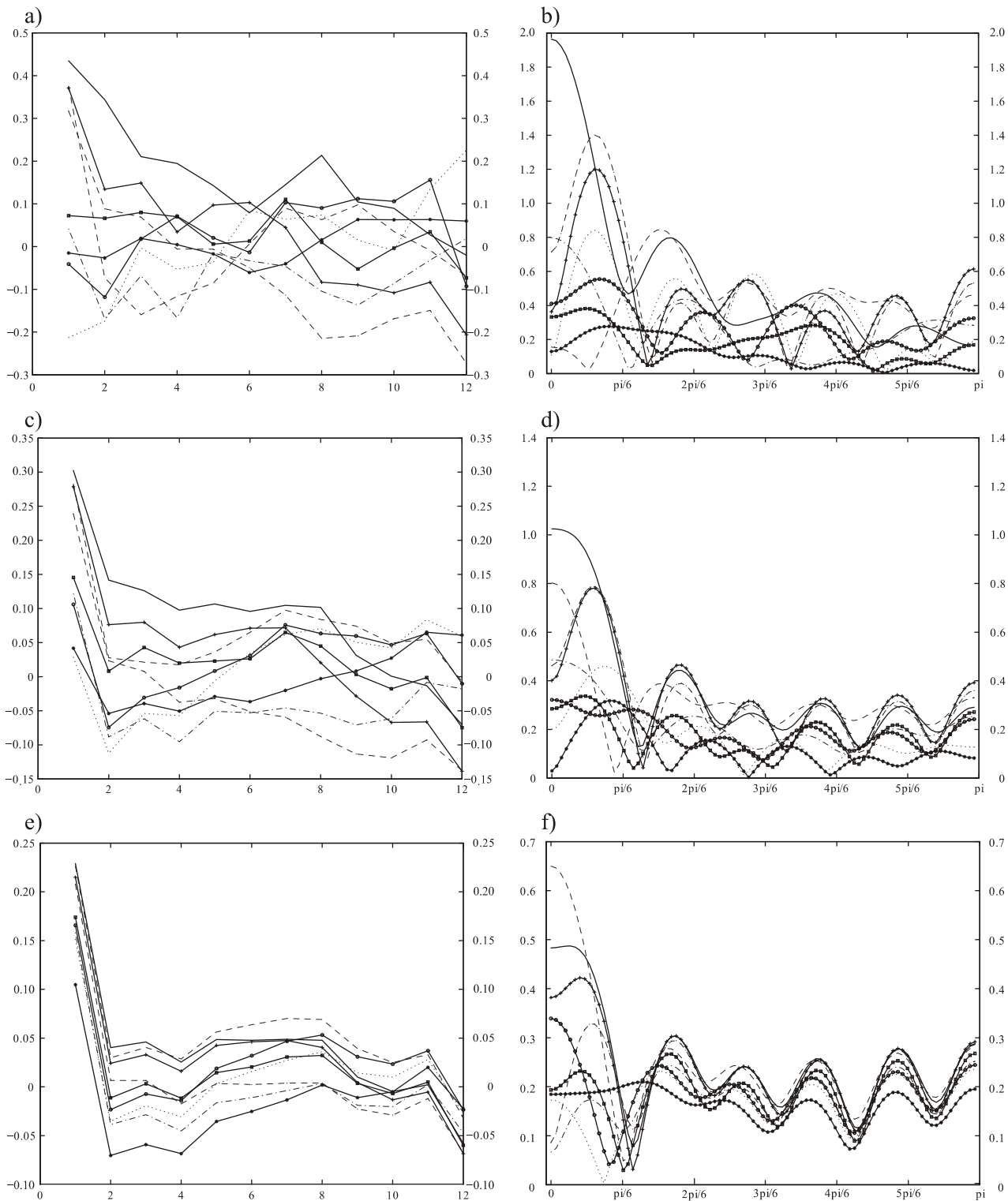
5. attēls

Koeficientu gluduma ierobežojuma loma



Piezīmes. a) Neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_s = 0.01$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 5.a attēlā; c) neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_s = 0.1$ ; d) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 5.c attēlā; e) neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_s = 1$ ; f) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 5.e attēlā.

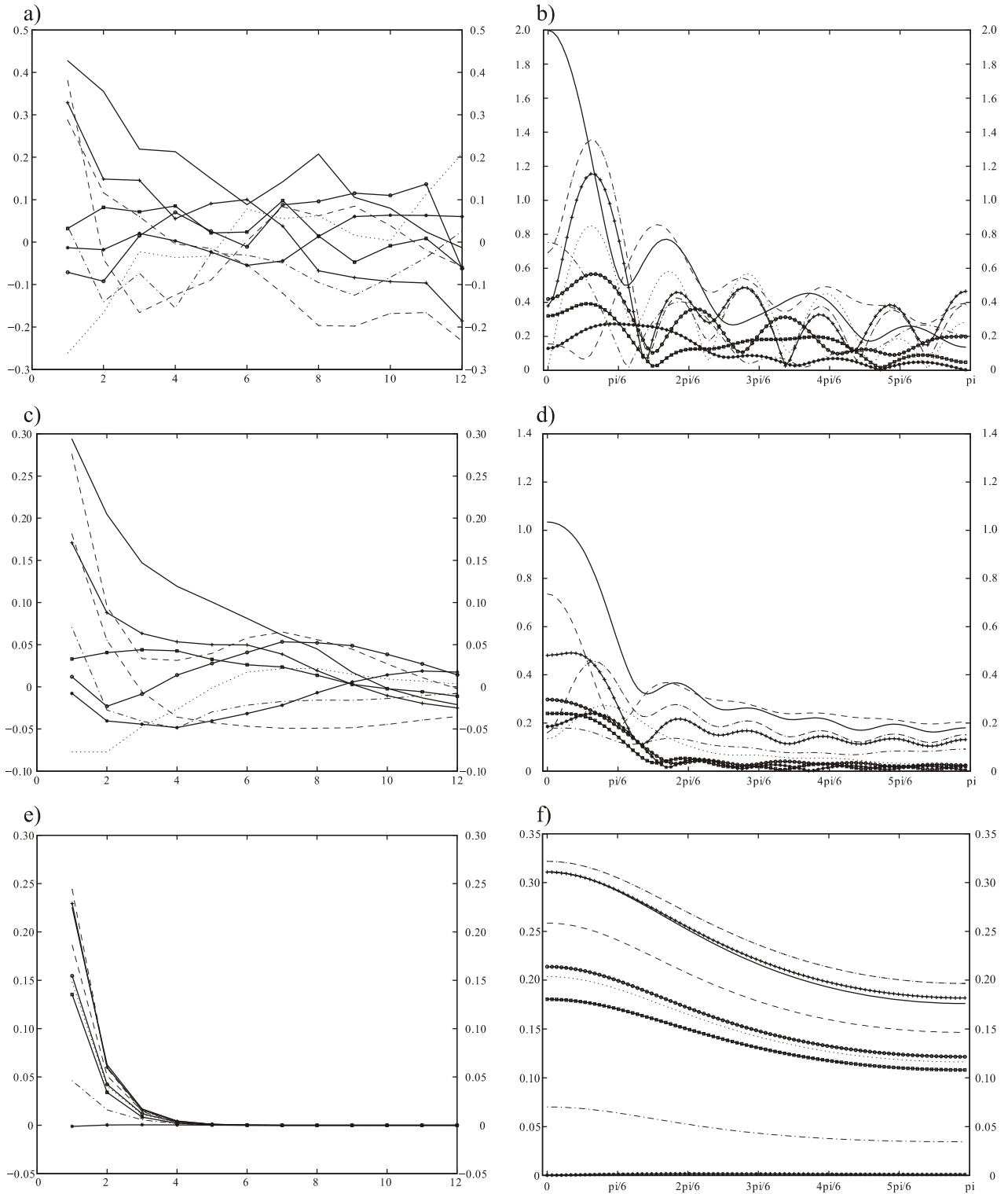
6. attēls  
Šķērsriezuma ierobežojuma loma



Piezīmes. a) Neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_c = 0.01$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 6.a attēlā; c) neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_c = 0.1$ ; d) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 6.c attēlā; e) neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_c = 1$ ; f) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 6.e attēlā.

7. attēls

Garengriezuma sašaurināšanas loma



Piezīmes. a) Neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_d = 0.01$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 7.a attēlā; c) neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_d = 0.1$ ; d) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 7.c attēlā; e) neierobežota filtra koeficienti, ja  $\lambda_d = 1$ ; f) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 7.e attēlā.

Saistībā ar trešo regularizēšanas īpašību 7.a–7.f attēlā redzams garengriezuma sašaurināšanas rezultāts, t.i., nobīdes sarukuma dažādas pakāpes ierobežojums, ja  $\lambda_d$  ir 0.01, 0.1 un 1, kas atbilst attiecīgi 82, 30 un piecām efektīvām brīvības pakāpēm un atspoguļo spēcīgāku sašaurināšanu, nekā pētījumā novērots attiecībā uz parametru gluduma vai šķērsriezuma ierobežojumiem.

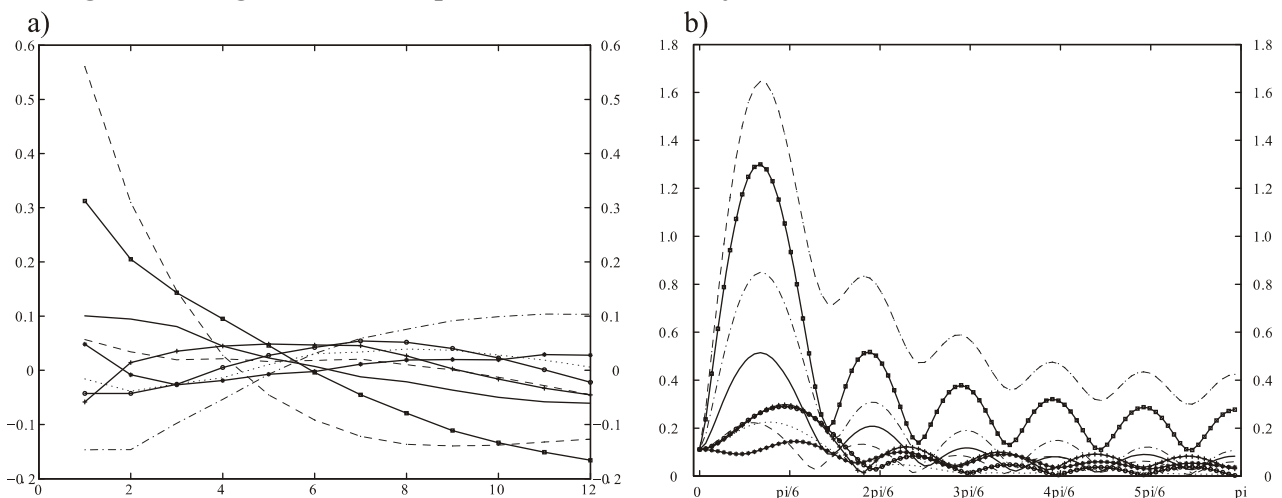
7.a–7.f attēls rāda, ka nobīdes sarukuma ierobežojums liek filtra koeficientiem kā nobīdes funkcijām samazināties un tuvojies nullei un ka ar pietiekami lielu sašaurināšanas parametru filtra koeficienti atšķiras no nulles tikai mazam nobīžu skaitam. 7. attēls liecina, ka pietiekami liela garengriezuma sašaurināšana liek arī filtra amplitūdām samazināties, tuvojoties nullei (sk. 7.f att. skalu), un izlīdzināties līdzīgi visu frekvenču caurlaides filtra amplitūdām, kas ir gaidītais rezultāts, tā kā ar īsāku filtru frekvences nevar efektīvi atšķirt.

Koeficienti 7.c attēlā ir samērā gludi un līdzīgi ar parametru gluduma ierobežojumu iegūtajiem koeficientiem. Turklāt 7. attēls parāda, ka ar garengriezuma ierobežojumu iegūto filtra koeficientu dinamika ir gandrīz vienāda visās laikrindās, kas savukārt atgādina šķērsriezuma sašaurināšanas efektu. Šāds efekts varētu liecināt, ka nobīdes sarukuma sašaurināšana ir noderīgāka no minētajiem trim sašaurināšanas veidiem. Tomēr garengriezuma sašaurināšana varētu būt pretrunā, piemēram, ar parametru gluduma ierobežojumu pietiekami liela nobīdes sarukuma ierobežojuma gadījumā (sk. 7.e att.). Taču tā vietā, lai izmantotu gan garengriezuma, gan parametru gluduma regularizēšanu, var vienkārši samazināt garengriezuma sašaurināšanas intensitāti.

**Šajā pētījumā iegūtie rezultāti tiešām apstiprina, ka garengriezuma sašaurināšana varētu būt noderīgāka no trim minētajiem regularizēšanas veidiem. Turklāt no analizētās regularizēšanas "trijotnes" šajā pētījumā izmantota tikai garengriezuma un šķērsriezuma sašaurināšana, jo parametru gluduma ierobežojumu var netieši atvasināt no pirmajiem diviem sašaurināšanas veidiem.**

8. attēls

**Garengriezuma regularizēšana ar pirmās kārtas ierobežojumu**



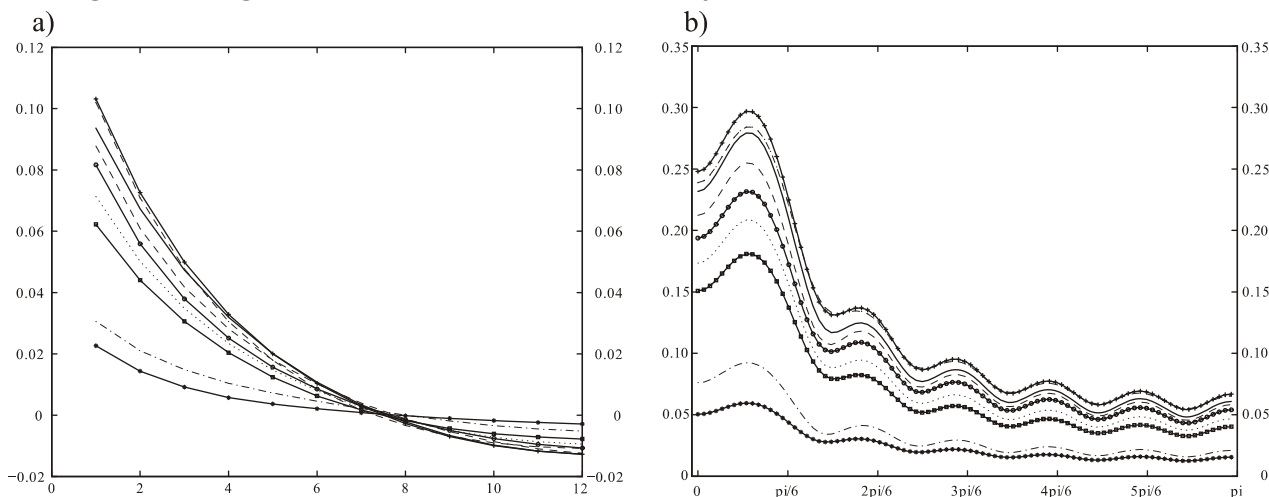
Piezīmes. a) Koeficienti, ja īstenota garengriezuma regularizēšana ar  $\lambda_d = 0.1$  un pirmās kārtas ierobežojums; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 8.a attēlā.

Jāatceras, ka, ja garengriezuma sašaurināšana noteikta kā  $\lambda_d = 1$ , iegūst tikai piecas efektīvās brīvības pakāpes, kas varētu liecināt, ka izlases apjoma vai skaidrojošo mainīgo skaita nelielu pārmaiņu rezultātā var iegūt tādu efektīvo brīvības pakāpju skaitu, kas tuvs nullei. Filtra novērtēšanas procedūra tiešām var sabrukt, ja notiek stingrāka regularizēšana. Tāpēc empīriskais darbs veicams piesardzīgi, lai filtra novērtējumā izmantotu pietiekamu efektīvo brīvības pakāpju skaitu. Pretējā gadījumā novērtēšanas procedūra nebūs izmantojama nevis pārparametrizācijas, bet gan nepietiekamas parametrizācijas dēļ.

Citos pētījumos secināts, ka filtra ierobežojumi ir noderīgi reālā laika signālu iegūšanai (sk. G. Bušs (5)). Tāpēc pētījumā aplūkots garengriezuma sašaurināšanas rezultāts kombinācijā ar pirmās vai otrās kārtas ierobežojumu, vai abiem ierobežojumiem.

9. attēls

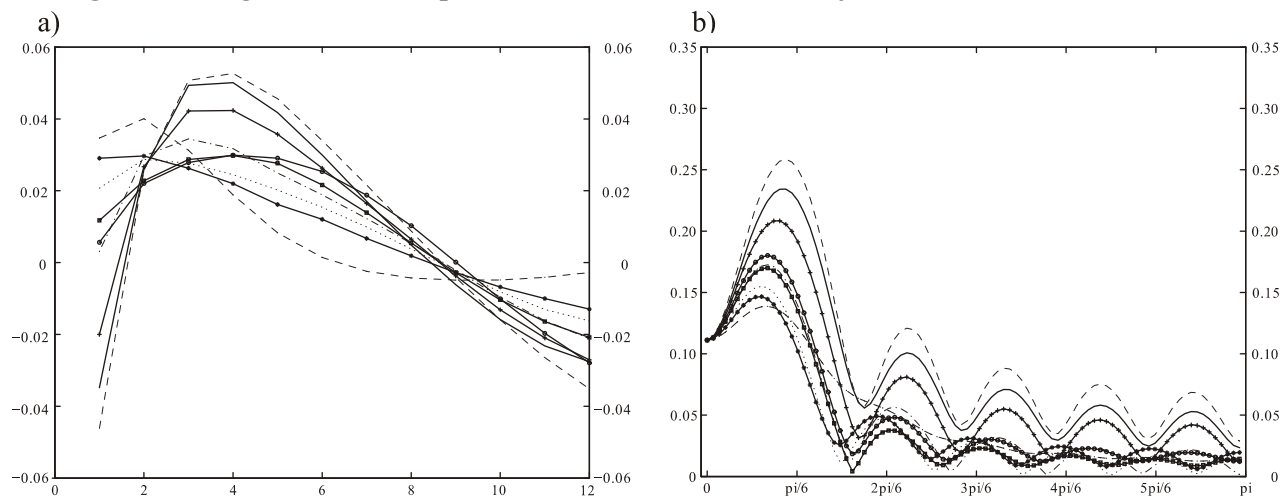
**Garengriezuma regularizēšana ar otrās kārtas ierobežojumu**



Piezīmes. a) Koefficienti, ja īstenota garengriezuma regularizēšana ar  $\lambda_d = 0.1$  un otrās kārtas ierobežojums; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 9.a attēlā.

10. attēls

**Garengriezuma regularizēšana ar pirmās un otrās kārtas ierobežojumiem**



Piezīmes. a) Koefficienti, ja īstenota garengriezuma regularizēšana ar  $\lambda_d = 0.1$  un gan pirmās, gan otrās kārtas ierobežojums; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 10.a attēlā.

Realizējot pirmās kārtas ierobežojumu kopā ar garengriezuma sašaurināšanu, iegūst līdzīgus koeficientus un amplitūdas, kuru vērtības nulles frekvencē ir inversas ievades mainīgo skaitam ( $1/9$ ). Amplitūdas vērtībām ir tendence krasi novirzīties un caurlaides joslas frekvencēs galvenokārt pieaugt, pēc tam konverģēt un samazināties. Amplitūdas nestabilitāti zemās frekvencēs var skaidrot ar pirmās kārtas ierobežojuma dabu, kas nosaka visu amplitūdu mazu un vienādu vērtību, lai gan neierobežotās amplitūdas izkliedētas nulles frekvencē. Turklāt, ja nobīdes ir mazas, daži koeficienti ir negatīvi. To var uzskatīt par nevēlamu efektu tādi datu kopai, kurā katra laikrinda pozitīvi korelē ar mērķi.

Otrās kārtas ierobežojums nedaudz palielina koeficientu dispersiju, taču citādi regularizēts filtrs nav pakļauts radikālām pārmaiņām.

Abu ierobežojumu vienlaicīga īstenošana rada gadījumu ar vislielāko ierobežojumu. 10.a un 10.b attēls rāda, ka tad filtra koeficienti ir savstarpēji vairāk līdzīgi visās laikrindās nekā bezierobežojumu vai pirmās kārtas ierobežojuma gadījumā (sk. attēlu mērogu), un tādējādi atbilstošās amplitūdas nav tik izkliedētas kā bezierobežojumu vai pirmās kārtas ierobežojuma gadījumā. Neraugoties uz to, pirmās kārtas ierobežojuma noteiktās negatīvās koeficientu vērtības var uzskatīt par neiespējamām vai nevēlamām, bet to neiespējamības cēloni – par ierobežojošu un nedaudz patvaļīgu amplitūdas ierobežojumu. Tāpēc, ja jāizmanto pirmās kārtas ierobežojums, jāapsver ticamas amplitūdas vērtības nulles frekvencē. Pretējā gadījumā amplitūdas ierobežojuma vietā pētniekam var rasties vēlēšanās izmantot šķērsriezuma sašaurināšanu kā brīvības pakāpju kontroles instrumentu (vismaz samērā homogēnām datu kopām).

#### 2.1.4. Rādītāju veids

**Izvēlētais eiro zonas IKP gada pieauguma tempa reālā laika filtrs ir regularizēts, ar otrās kārtas ierobežojumu, zemas frekvences joslas filtrs ar iespējamu pozitīvu garengriezuma un šķērsriezuma sašaurinājumu ( $\lambda_d \geq 0$ ,  $\lambda_c \geq 0$ ) bez parametru gluduma ierobežojuma ( $\lambda_s = 0$ ).**

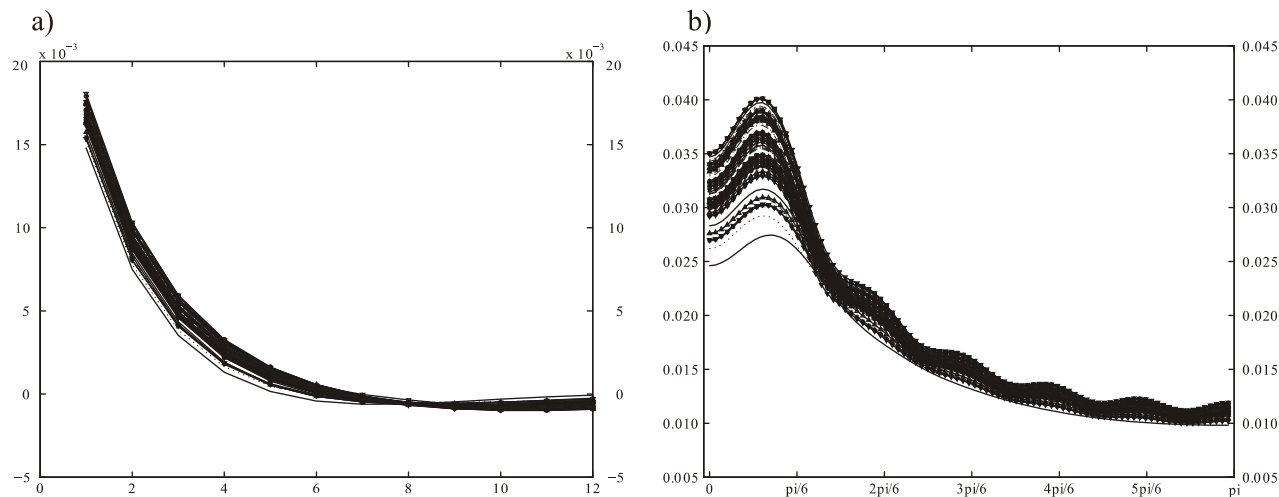
Lai šo filtru izmantotu visu 72 mainīgo novērtēšanā, nepieciešama vēl lielāka sašaurināšana. To veic, palielinot garengriezuma sašaurināšanas parametru līdz  $\lambda_d = 0.2$  un šķērsriezuma sašaurināšanas parametru – līdz  $\lambda_c = 5$ . Izvēlēto sašaurināšanas parametru pamatojums ir šāds. Iepriekšējā apakšnodaļā norādīts, ka garengriezuma sašaurināšana ir agresīvāka par šķērsriezuma sašaurināšanu. Tāpēc nevar noteikt pārāk augstu garengriezuma sašaurināšanas parametru, jo efektīvais filtra garums būs nepietiekams (filtra koeficientu vērtība lielākām laika nobīdēm būs nulle). Tāpēc, lai filtra garumu nesamazinātu līdz nepietiekamai vērtībai (jo ar pārāk īsu filtru nevar efektīvi noteikt frekvenču atšķirības), pārējo nepieciešamo brīvības pakāpju skaita samazināšanu var veikt ar šķērsriezuma sašaurināšanu. Ja šķērsriezuma sašaurināšanas parametru palielina bezgalīgi, panāk visu mainīgo filtru konverģenci un brīvības pakāpju skaita samazināšanos. Tādējādi šķērsriezuma sašaurināšanas apjoma paplašināšanas rezultāts nav kritisks un tās ietekme – labvēlīgāka par garengriezuma sašaurināšanas palielināšanu. Šo apsvērumu var apmierinoši attiecināt vismaz uz pietiekami homogēnām datu kopām, t.sk. eiro zonas datu kopu, jo tajā lielā skaitā dominē apsekojumu dati. Ja šķērsriezuma sašaurināšanas parametru palielina, piemēram, līdz  $\lambda_c = 20$ , iegūst mazāku skaitu brīvības pakāpju, tomēr filtrēšanas rezultāts gandrīz nemainās. Heterogēnas ievades datu kopas gadījumā vēlams pieļaut pietiekami daudz filtra brīvības pakāpju.



Filtra koeficienti un amplitūdas parādīti attiecīgi 11.a un 11.b attēlā. Lai novērstu pārblīvētību, attēlā nav iekļauti rādītāju/mainīgo apzīmējumi.

11. attēls

Vienlaicīgs 72 mainīgo filtrs ar otrās kārtas ierobežojumu ( $h = 0, \lambda_d = 0.2, \lambda_c = 5$ )



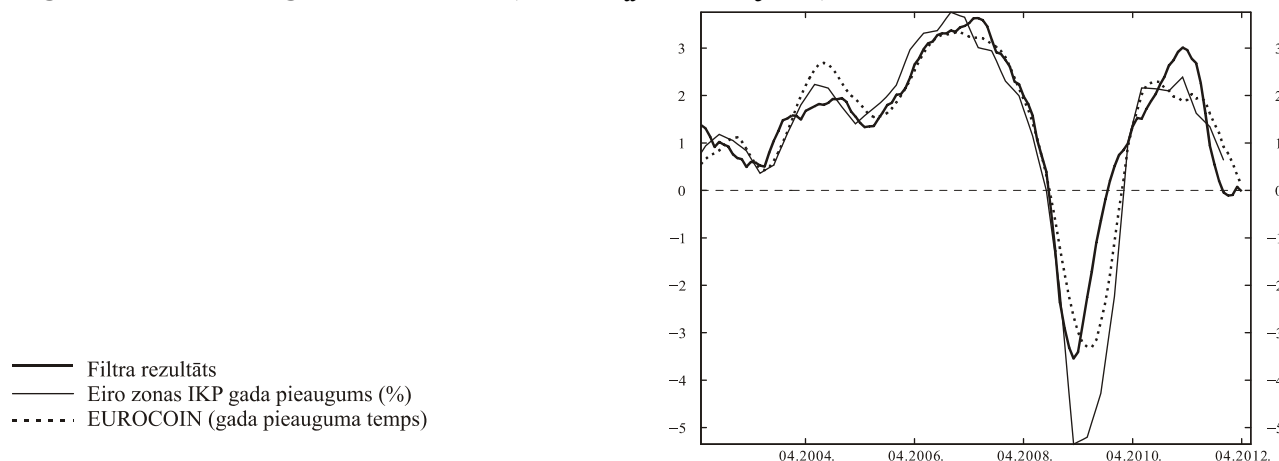
Piezīmes. a) Vienlaicīga 72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu koeficienti, ja  $h = 0, \lambda_d = 0.2, \lambda_c = 5$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 11.a attēlā.

Šķiet, ka iegūtie filtra koeficienti un amplitūdas ir ticami. Mazu nobīžu koeficienti ir pozitīvi un līdz ar augstāku nobīdes kārtu gludi samazinās līdz nullei. Filtrus ar koeficientiem, kas līdz ar augstāku nobīdes kārtu nesamazinās līdz nullei, var uzskatīt par neoptimāliem vai nepilnīgiem. Arī amplitūdas šķiet ticamas – tā kā ir dažas brīvības pakāpes, tās visiem mainīgajiem nav vienādas, tomēr ir savstarpēji ļoti līdzīgas, ar lielāko svaru caurlaides joslā, tuvojoties nullei sprostjoslā.

Ar filtru modelētais reālā laika rezultāts pēdējiem 10 gadiem sniegts 12. attēlā kopā ar citu jau esošu rādītāju – EUROCOIN (sk. F. Altissimo, R. Kristadoro, M. Forni u.c. (1)), kas transformēts uz gada pieauguma tempu. Ar šo konkrēto parametru kopu iegūst aptuveni trīs efektīvās brīvības pakāpes vidēji visai izlasei.

12. attēls

Regularizēta 72 mainīgo filtra rezultāts ( $h = 0, \lambda_d = 0.2, \lambda_c = 5$ )



Piezīme. Euro zonas IKP tendences cikla (salīdzinājumā ar iepriekšējā gada atbilstošo periodu) filtrēšanas rezultāta salīdzinājums ar EUROCOIN, kas transformēts uz gada pieauguma tempu.

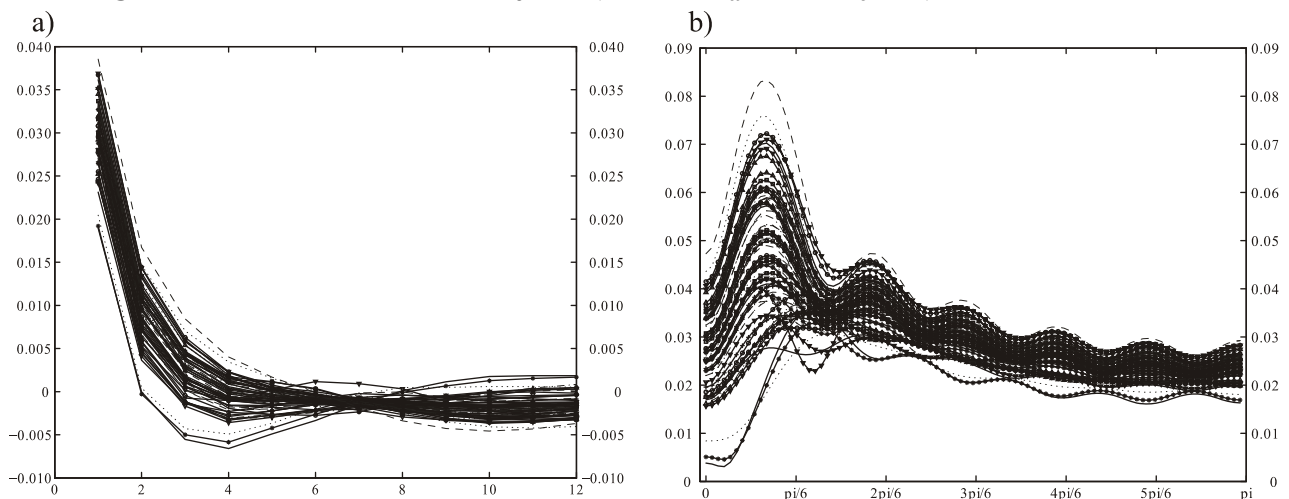
12. attēlā redzams, ka ar filtru iegūtais rezultāts vairākos gadījumos apsteidz EUROCOIN un ka EUROCOIN attiecībā pret IKP pieaugumu dažos posmos faktiski atpaliek. Tā kā abu rādītāju mērķis ir novēroto IKP datu laikrindu zemas frekvences filtrēšana, tradicionālais vidējās kvadrātiskās kļūdas kritērijs nav piemērots formālai rādītāju salīdzināšanai. Tā vietā izmanto dinamisko korelāciju starp rādītāju un IKP. Secināts, ka pati lielākā EUROCOIN un IKP korelācija ir nulles nobīdes gadījumā attiecībā pret IKP, bet otra lielākā – viena mēneša nobīdes gadījumā. Attiecībā uz RMDFA 12. attēlā augstākais korelācijas punkts sasniegts ar viena mēneša apsteigumu attiecībā pret IKP, bet otra augstākā korelācija – ar divu mēnešu apsteigumu attiecībā pret IKP (sk. P1. tabulu).

### Prognozēšana

Šajā apakšnodaļā argumentēts, ka regularizētu filtru var izmantot ne tikai vienlaicīga signāla iegūšanai, bet arī prognozēšanai. 13.a un 13.b attēls rāda tāda filtra koeficientus un amplitūdas, kura mērķis ir triju mēnešu apsteigums attiecībā pret mērķa signālu. Aprēķinus veic, nosakot, ka [18], [29], [30] un [31] formulā  $h = -3$ . Pārējos filtra parametrus atstāj nemainītus, t.i.,  $\lambda_d = 0.2$  un  $\lambda_c = 5$ . Pretstatā iteratīvajai prognozēšanai šis ir tiešās prognozēšanas piemērs. 13.a un 13.b attēls rāda, ka filtra koeficienti un amplitūdas ir nedaudz vairāk izkliedēti nekā vienlaicīgā (*coincident*) gadījumā. Ja vingrinājumu atkārti, izmantojot palielinātu sešu mēnešu apsteigumu ( $h = -6$ ) un nemainot pārējos filtra parametrus, iegūst vēl vairāk izkliedētus filtra koeficientus un amplitūdas, kas parādīti 14.a un 14.b attēlā.

### 13. attēls

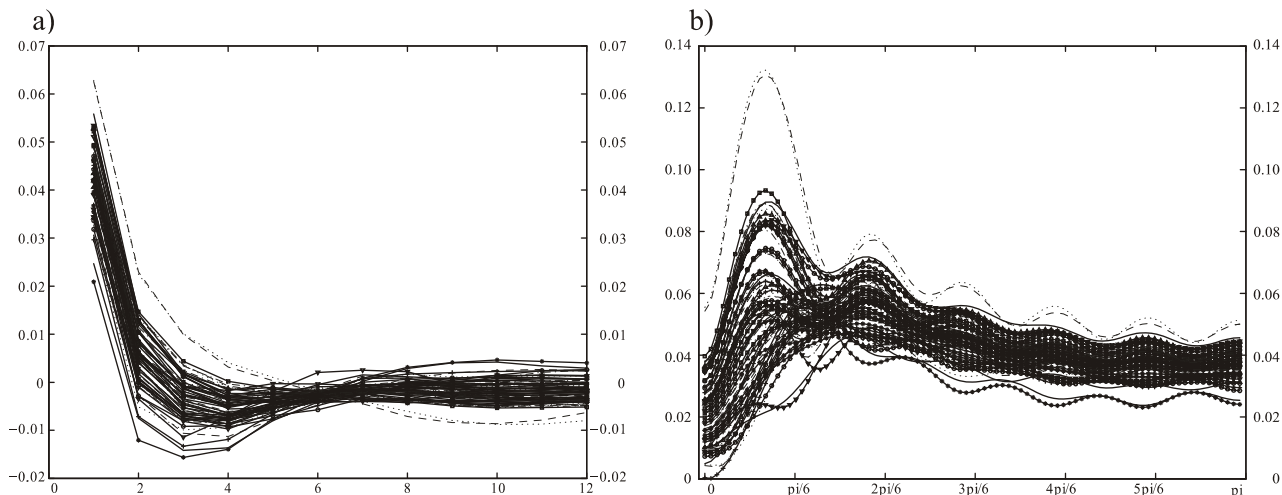
72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu ( $h = -3, \lambda_d = 0.2, \lambda_c = 5$ )



Piezīmes. a) 72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu koeficienti, ja  $h = -3, \lambda_d = 0.2, \lambda_c = 5$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 13.a attēlā.

14. attēls

72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu ( $h = -6, \lambda_d = 0.2, \lambda_c = 5$ )



Piezīmes. a) 72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu koeficienti, ja  $h = -6, \lambda_d = 0.2, \lambda_c = 5$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 14.a attēlā.

Pretstatā vienlaicīga filtra piecām efektīvām brīvības pakāpēm attiecīgi iegūtas 16 efektīvās brīvības pakāpes (nākamos 3 mēnešus) un 23 efektīvās brīvības pakāpes (nākamos 6 mēnešus). Efektīvo brīvības pakāpju skaita pieaugumu plānotajam apsteiguma periodam intuitīvi var skaidrot ar to, ka, lai iegūtu vēlamo rezultātu, ar filtru ir lielākas iespējas izvēlēties, kādi būs katras laikrindas svāri kādai nobīdei vai apsteiguma periodam. Garāks ceļš nosaka to, ka ir lielākas mērķa sasniegšanas izvēles iespējas. Lai iegūtu vēlamo brīvības pakāpju skaitu, praksē iespējams noteikt vēl stingrāku sašaurināšanu tālākam mērķa apsteiguma periodam, tomēr var iebilst, ka to veikt intuitīvi nebūtu vēlams, jo filteram jānodrošina pietiekama brīvība atšķirt laikrindas, ja runa ir par tālākiem apsteiguma periodiem.

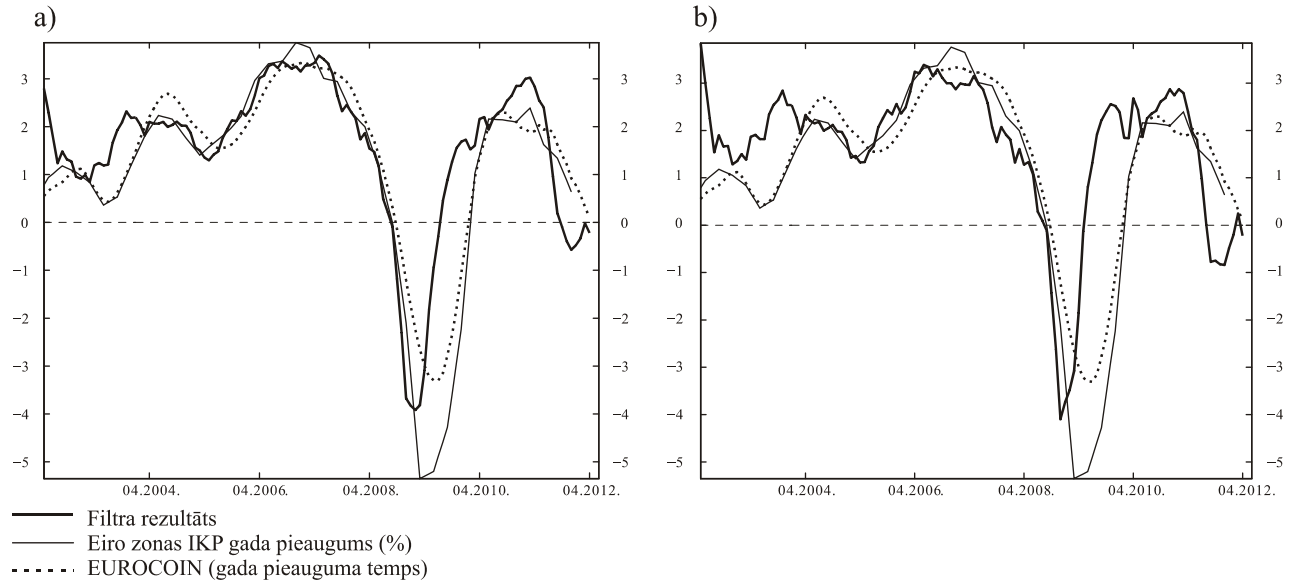
Filtrēšanā iegūtais reālā laika rezultāts nākamajiem 3 un 6 mēnešiem salīdzinājumā ar EUROCOIN attiecīgi redzams 15.a un 15.b attēlā.

15.a un 15.b attēls liecina, ka iegūtais plānotais apsteiguma rezultāts ir pieticīgs, tomēr reāls, un tā redzamākais efekts norāda uz atveseļošanos 2009. gada recesijas laikā un lejupvērstu virzību 2012. gada lejupslīdes periodā. Līmeņa atbilstība pasliktinās tālākam plānotam apsteiguma periodam, bet šāds rezultāts raksturīgs katram prognozēšanas vingrinājumam. Runājot par filtrēšanas rezultātu 15.a attēlā, korelācijas attiecībā pret IKP augstākais punkts sasniegts nākamajos 3 mēnešos, bet otrs augstākais – nākamajos 4 mēnešos. 15.b attēlā augstākā korelācija attiecībā pret IKP sasniegta nākamajos 5 mēnešos, bet otra augstākā – nākamajos 6 mēnešos (sk. P1. tabulu).

Pēc filtra izveidošanas eiro zonas IKP gada pieauguma tendences cikla novērtēšanai turpmāk pētījumā konstruēts filtrs, lai noteiktu eiro zonas IKP ceturkšņa pieauguma tendences ciklu.

15. attēls

**Filtrēšanas rezultāts nākamajiem 3 un 6 mēnešiem salīdzinājumā ar EUROCOIN**



Piezīmes. a) Filtrēšanas rezultāts atbilstoši filtra koeficientiem 12. attēlā (nākamajiem 3 mēnešiem) salīdzinājumā ar EUROCOIN (gada izaugsmes temps); b) filtrēšanas rezultāts atbilstoši filtra koeficientiem 13. attēlā (nākamajiem 6 mēnešiem) salīdzinājumā ar EUROCOIN (gada izaugsmes temps).

**2.2. IKP ceturkšņa pieauguma tendences cikla novērtējums**

**2.2.1. Mērķis un dati**

Filtrs veidots kā eiro zonas IKP ceturkšņa pieauguma ideāls zemo frekvenču filtrs ar 12 mēnešu viļņu garuma apakšējo robežu. IKP dati ir lineāri interpolēti ar mēneša frekvenci, izteikti logaritma veidā un diferencēti ceturkšņu dalījumā. Pilns datu transformācijas saraksts sniegts pielikumā.

**2.2.2. Rādītāju konstruēšana**

IKP ceturkšņa pieauguma rādītājam ir divas būtiskas atšķirības no gada pieauguma rādītāja. Pirmkārt, mēnešu dalījumā diferencēti dati ir daudz svārstīgāki par gada datiem. Tāpēc gluda signāla ieguve prasa lielāku trokšņa slāpēšanu (stingrāku regularizēšanu). Otrkārt, galvenie skaidrojošie mainīgie ir uzņēmumu un patērētāju apsekojumu dati, jo tie tiek publicēti gandrīz bez kavēšanās un, kā secināts, labi korelē ar IKP. Iepriekšējā apakšnodaļā norādīts, ka nediferencēti apsekojumu dati ir gandrīz vienlaicīgi ar IKP gada pieauguma datiem. Līdz ar to nediferencēti apsekojumu dati ir ar laika nobīdi attiecībā pret IKP ceturkšņa pieauguma datiem. Tāpēc, lai iegūtu vienlaicīgu ceturkšņa pieauguma signālu, jāveic prognozēšana ( $h < 0$ ). (Pretējā gadījumā varētu diferencēt apsekojumu datus, tomēr regulāri diferencēti apsekojumu dati pēc lielās recesijas bija neprecīzi un būtu pārdiferencēti, jo nediferencēti dati nav integrēti.)

Ievērojot minētos apsvērumus, pētījumā sniegti divu atšķirīgu specifiku filtru rezultāti ar un bez amplitūdas ierobežojumiem. Lielāku trokšņa slāpēšanu var veikt ar stingrāku sašaurināšanu, īpaši palielinot nobīdes sarukuma un šķērsriezuma

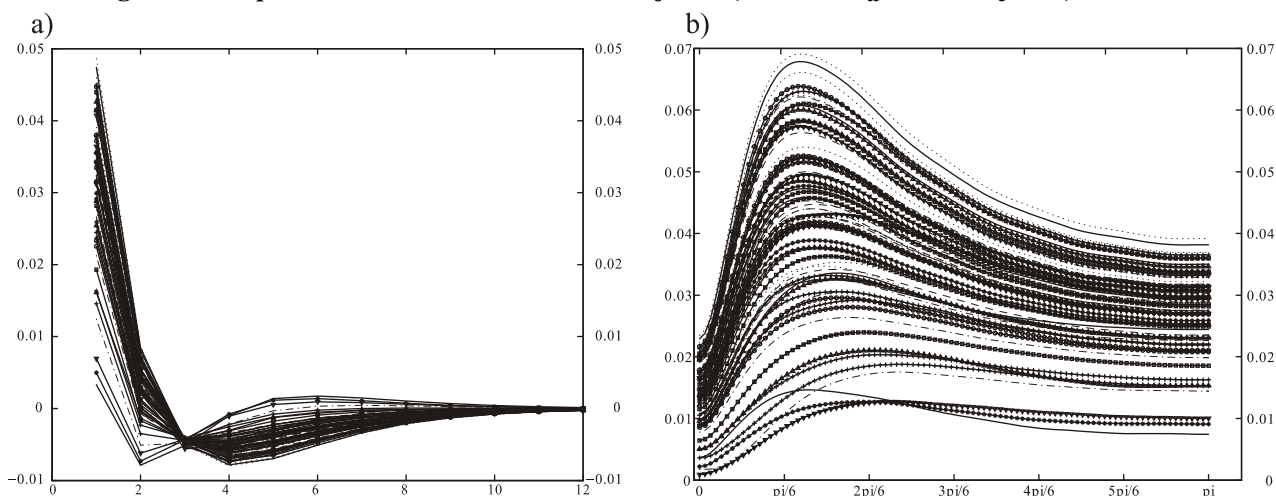
sašaurināšanas parametrus. Tomēr iepriekšējā apakšnodaļā jau minēts, ka stipra šķērsgriezuma sašaurināšana prognozēšanas vajadzībām var būt neoptimāla. Tāpēc kā papildu ierobežojumu, kas samazina brīvības pakāpju skaitu, varētu izmantot amplitūdas ierobežojumu. Tas aplūkots turpmāk.

### Filtrs ar amplitūdas ierobežojumu

Amplitūdas ierobežojums var palīdzēt noturēt filtra rezultātu pareizā līmenī, tomēr tas pretdarbojas laika nobīdes ierobežojumam, daļēji neitralizējot tā efektu. Tāpēc laika nobīdes ierobežojumam noteikts sešu mēnešu apsteiguma periods ( $h = -6$ ). Tā kā datu izlase var būt heterogēna, visām laikrindām nulles frekvencē vienādā amplitūdas ierobežojuma vērtība arī var būt neoptimāla. Tāpēc šajā pētījumā vērtība tiek diferencēta, lai tā būtu proporcionāla skaidrojošo mainīgo laikrindas korelācijai ar IKP izlases ietvaros (lai gan rezultāts tuvs tam, ko iegūtu ar vienādiem svariem). Nobīdes sarukuma parametrs tiek paaugstināts līdz  $\lambda_d = 0.4$ , bet šķērsgriezuma sašaurināšanas parametrs – samazināts līdz  $\lambda_c = 1$ . Šādi iegūst aptuveni trīs efektīvās brīvības pakāpes, tāpēc vēl lielāka šķērsgriezuma sašaurināšana nav nepieciešama. Filtra koeficienti un amplitūdas atspoguļoti 16.a un 16.b attēlā.

#### 16. attēls

#### 72 mainīgo filtrs ar pirmās un otrās kārtas ierobežojumu ( $h = -6, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 1$ )



Piezīmes. a) 72 mainīgo filtra ar pirmās un otrās kārtas ierobežojumu koeficienti, ja  $h = -6, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 1$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 16.a attēlā.

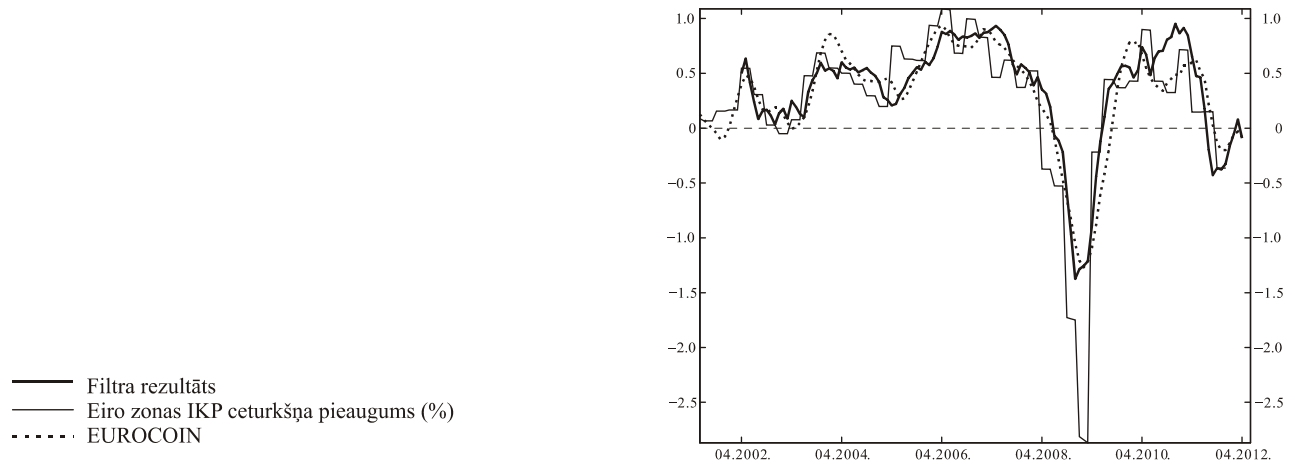
17. attēls rāda iegūto reālā laika filtrēšanas rezultātu salīdzinājumā ar EUROCOIN.

17. attēlā redzams, ka filtra rezultāts labi atbilst mērķa līmenim un vairākos gadījumos apsteidz EUROCOIN rezultātu. EUROCOIN un IKP korelācija ir visaugstākā ar divu mēnešu novēlojumu attiecībā pret IKP, bet otra lielākā korelācija ar IKP – ar viena mēneša nobīdi attiecībā pret IKP. RMDFA rezultāts 17. attēlā norāda, ka augstākā korelācija sasniegta ar viena mēneša nobīdi attiecībā pret IKP, bet otra augstākā – bez nobīdes attiecībā pret IKP (sk. P1. tabulu).

Jāievēro, ka EUROCOIN patiesā reālā laika darbība sākas 2009. gada vidū, pēc tam abu rādītāju dinamika atšķirības kļūst nedaudz noteiktākas.

17. attēls

Filtrēšanas rezultāts atbilstoši 16. attēla koeficientiem salīdzinājumā ar EUROCOIN

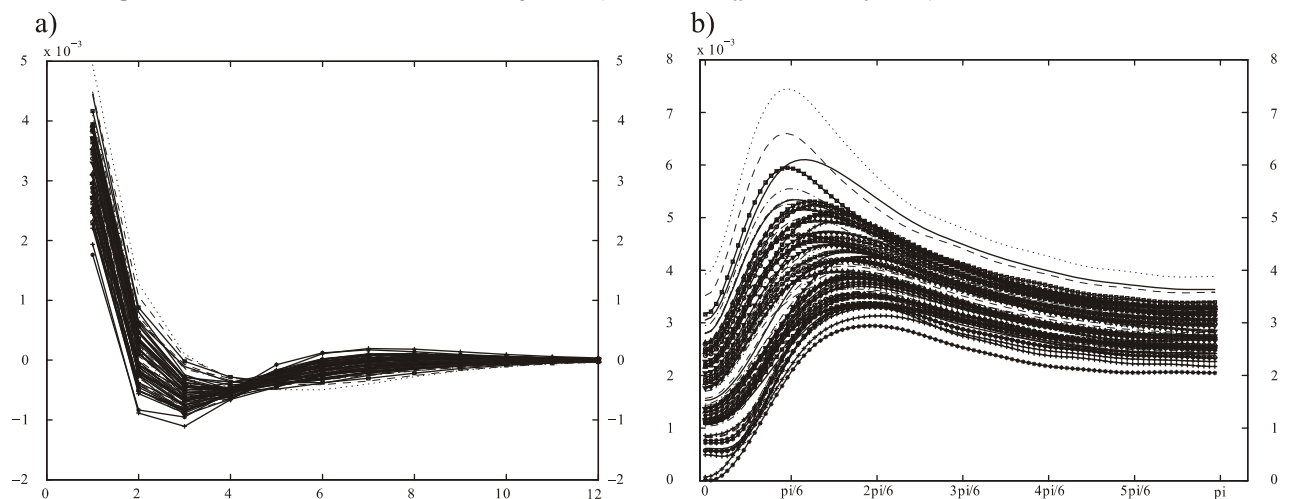


Filtrs bez amplitūdas ierobežojuma

Ja filtram nav amplitūdas ierobežojuma, laika nobīdes ierobežojums netiek traucēts un tādējādi mērķa apsteiguma periodu var samazināt līdz trim mēnešiem ( $h = -3$ ). Turklāt pirmās kārtas ierobežojuma neesamība nozīmē lielāku brīvības pakāpju skaitu, tāpēc jāpastiprina sašaurināšana, atkārtoti palielinot šķērsriezuma sašaurināšanas parametru līdz  $\lambda_c = 5$ . Šādi iegūst aptuveni astoņas efektīvās brīvības pakāpes. Filtra koeficienti un amplitūdas sniegti 18.a un 18.b attēlā.

18. attēls

72 mainīgo filtrs ar otrās kārtas ierobežojumu ( $h = -3, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 5$ )

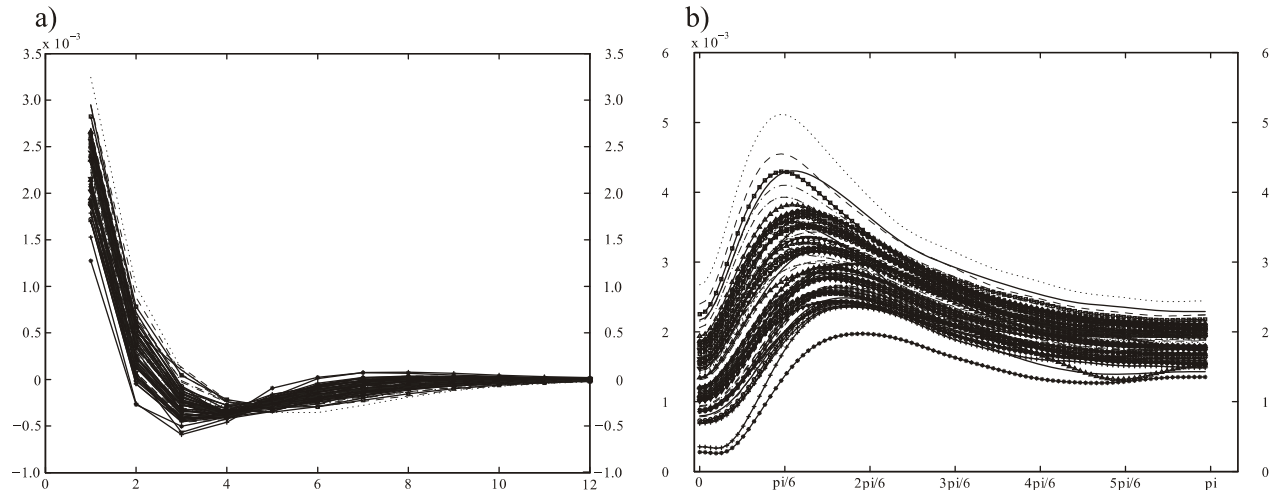


Piezīmes. a) 72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu koeficienti, ja  $h = -3, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 5$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 18.a attēlā.

Trokšņa papildu slāpēšanu var veikt, samazinot amplitūdas sprostjoslā ar pozitīvu  $expw$  parametru (sk. [8] izteiksmi). Īpaši izmanto trokšņa slāpēšanas parametru  $expw = 0.5$ , ko var uzskatīt par standarta vērtību vairākos lietojumos (līdzīgu lietojumu sk. G. Buša pētījumā (5)). Tā kā  $expw$  neietilpst regularizēšanas parametros, tas zināmā mērā pret darbojas regularizēšanai, līdz ar to efektīvo brīvības pakāpju skaits pieaug aptuveni līdz 12. Filtra koeficienti un amplitūdas sniegti 19.a un 19.b attēlā.

19. attēls

72 mainīgo filtrs ar otrās kārtas ierobežojumu ( $h = -3, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 5, expw = 0.5$ )

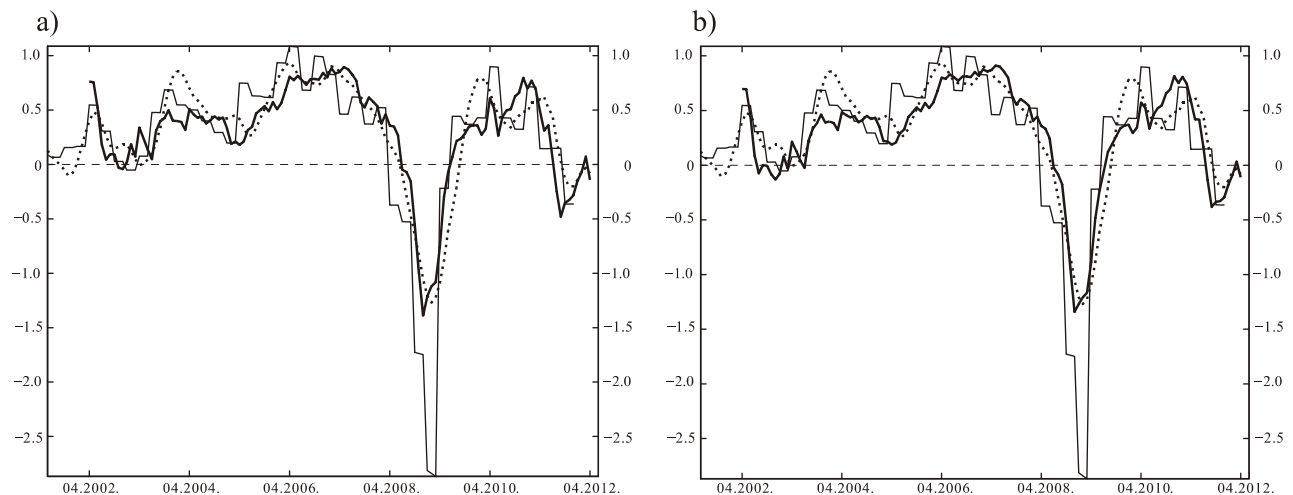


Piezīmes. a) 72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu koeficienti, ja  $h = -3, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 5, expw = 0.5$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 19.a attēlā.

Abu šo gadījumu atšķirības ir nelielas, tomēr pamanāmas – trokšņa papildu slāpēšana sprostjoslā nedaudz samazina amplitūdu izkliedi un arī to svarus augstākās frekvencēs. Tādējādi iegūst nedaudz lēnākus, bet gludākus filtra izvades datus (sk. 20.a un 20.b att.) attiecīgi bez trokšņa slāpēšanas ( $expw = 0$ ) un ar nelielu trokšņa slāpēšanu ( $expw = 0.5$ ). Abos gadījumos augstākā korelācija ar IKP panākta ar 1 mēneša apsteigumu attiecībā pret IKP, bet otra augstākā korelācija ir tad, ja nav laika nobīdes attiecībā pret IKP (sk. P1. tabulu).

20. attēls

72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu rezultāts ( $h = -3, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 5$ )

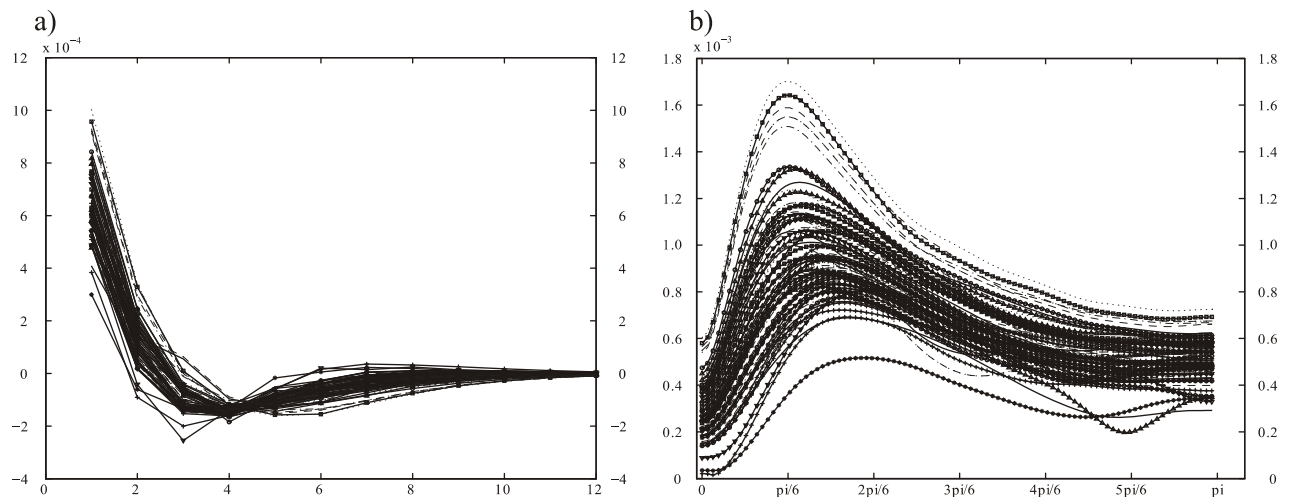


Piezīmes. a) Filtra rezultāts atbilstoši filtra koeficientiem 18.a attēlā salīdzinājumā ar EUROCOIN; b) filtra rezultāts atbilstoši filtra koeficientiem 19.a attēlā salīdzinājumā ar EUROCOIN.

Palielinot mērķa apsteiguma periodu līdz  $h = -6$  un trokšņa slāpēšanas parametru līdz  $expw = 1$ , iegūst filtra koeficientus un amplitūdas, kas attiecīgi sniegti 21.a un 21.b attēlā, kā arī reālā laika filtra rezultātu, kas sniegts 22. attēlā.

21. attēls

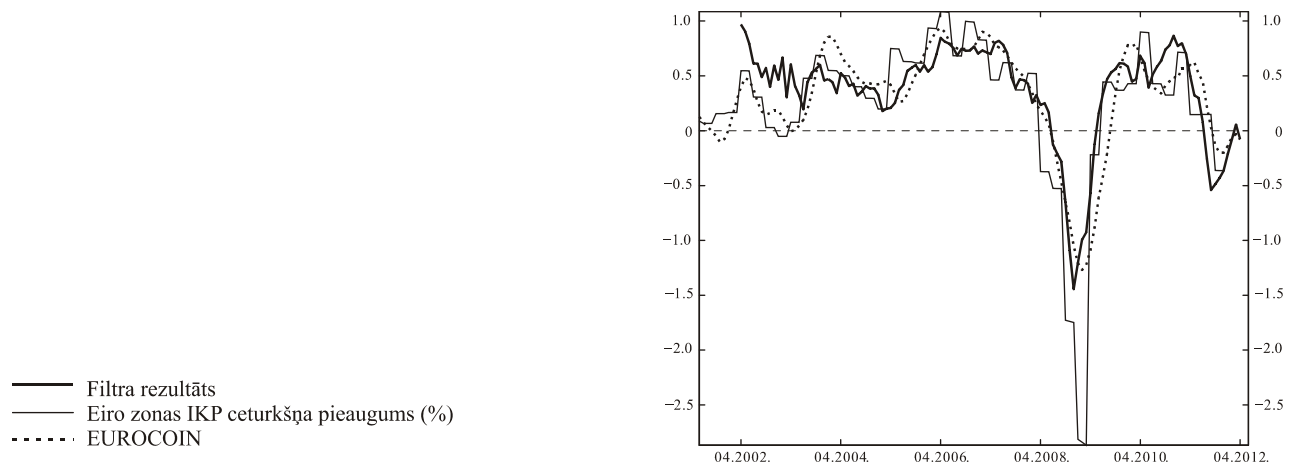
72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu ( $h = -6, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 5, expw = 1$ )



Piezīmes. a) 72 mainīgo filtra ar otrās kārtas ierobežojumu koeficienti, ja  $h = -6, \lambda_d = 0.4, \lambda_c = 5, expw = 1$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 21.a attēlā.

22. attēls

Filtrēšanas rezultāts atbilstoši 21.a attēlā sniegtajiem koeficientiem salīdzinājumā ar EUROCOIN



Izlases apjoms novērtēšanas sākumā acīmredzami ir pārāk mazs; pēc īsa laika filtra rezultāts stabilizējas un ir labāks nekā EUROCOIN attiecībā uz savlaicīgu vairākos gadījumos un īpaši periodā pēc 2009. gada. Augstākā korelācija ar IKP novērtēta, ja nav laika nobīdes attiecībā pret IKP, bet otra augstākā korelācija ir ar 1 mēneša apsteigumu attiecībā pret IKP (sk. P1. tabulu).

Nākamajā nodaļā pārbaudīta filtra darbība, izmantojot mazāk homogēnu Latvijas datu izlasi.



### 3. STABILITĀTES PĀRBAUDE AR MAZĀK HOMOGĒNU LATVIJAS DATU IZLASI

Latvijas datu kopa sastāv no 40 skaidrojošiem mainīgajiem, t.sk. 30 Latvijas, eiro zonas, Igaunijas un Lietuvas uzņēmumu un patērētāju mainīgie, trīs eiro zonas rūpnieciskās ražošanas rādītāji, kā arī reģistrētā bezdarba, brīvo darbvieta, monetāro rādītāju M1 un M3, skaidrās naudas apgrozībā, eksporta preču apjoma indeksa un budžeta ieņēmumu rādītāji. Netika iekļauti daudzi svarīgi mainīgie to nelielo izlašu vai spēcīgās sezonālās izmaiņu dēļ; šādus mainīgos varētu sezonāli izlīdzināt un ekstrapolēt ar gaidu maksimizēšanas algoritmu, tomēr vienkāršības labad tas nav veikts. Patiesībā dažiem iekļautajiem mainīgajiem (eksporta apjoms, budžeta ieņēmumi, monetārie rādītāji, nodarbinātības mainīgie) arī ir sezonāls raksturs, tomēr to neņem vērā un netipisko gadījumu pārbaudi neveic. Secināts, ka vairāki mainīgie slikti korelē ar mērķa mainīgajiem, tomēr neviens no izlases netika izslēgts. Veicot atbilstošas transformācijas, integrētās laikrindas tika pārveidotas neintegrētās laikrindās. Dati un veiktās transformācijas sniegti pielikumā.

Filtra izmantošana eiro zonas un Latvijas datu kopām ir atšķirīga. Secināts, ka īpaši Latvijas apsekojumu dati, ja tie ir regulāri diferencēti, labāk spēj izskaidrot IKP ceturkšņa izaugsmi. Tāpēc, ja jānovērtē IKP ceturkšņa pieaugums, visi dati, t.sk. arī apsekojumu dati, ir regulāri diferencēti. Tomēr diferencēti apsekojumu dati periodā gandrīz tūlīt pēc recesijas ir pārāk svārstīgi. Tāpēc, lai mazinātu diferencētu apsekojumu datu ietekmi uz rezultātu, arī Latvijas IKP laikrinda ir iekļauta skaidrojošo mainīgo kopā. Savukārt, lai iegūtu reālā laika darbībai tuvu rezultātu, neizmanto IKP ātro aplēšu datus (tos publisko aptuveni 45 dienas pēc atsauces perioda) un pirmos datu publiskojumus (pieejami aptuveni 65 dienas pēc atsauces perioda). Tādējādi IKP laikrindas dati atpaliel no apsekojumu datiem par septiņiem mēnešiem. Tas, ka IKP dati iekļauti skaidrojošo mainīgo kopā, nosaka, ka Latvijas datu kopa nav tik homogēna kā eiro zonas datu kopa.

Netiek noteikti filtra ierobežojumi. Laika nobīdes sarukuma parametram kā vienam no regularizēšanas parametriem nosaka vērtību, kuru izmanto eiro zonai, t.i.,  $\lambda_d = 0.2$ ; savukārt šķērsriezuma sašaurināšanas parametra vērtība noteikta būtiski zemāka ( $\lambda_c = 0.2$ ). To var skaidrot ar lielāku datu izlases heterogenitāti un īpaši ar IKP laikrindas iekļaušanu datu kopā. Ja šķērsriezuma sašaurināšanas parametru paaugstina, IKP laikrindas filtra koeficienti sarūk, tuvojoties pārējo filtra parametru vērtībai; tā kā tajos dominē apsekojumu dati, kas pēc recesijas ir paaugstināti, lielāka šķērsriezuma sašaurināšana ļauj iegūt savlaicīgāku signālu, taču tā līmenis tiek paaugstināts gandrīz tūlīt pēc recesijas. Šķērsriezuma sašaurināšanas parametra zemas vērtības saglabāšanai ir vēl cits iemesls: heterogēni dati var ietvert liekus mainīgos (mainīgie netika rūpīgi atlasīti, tika mainītas tikai negatīvi korelēti mainīgo zīmes), tāpēc vienādu koeficientu izmantošanu visos filtros var neuzskatīt par optimālu.

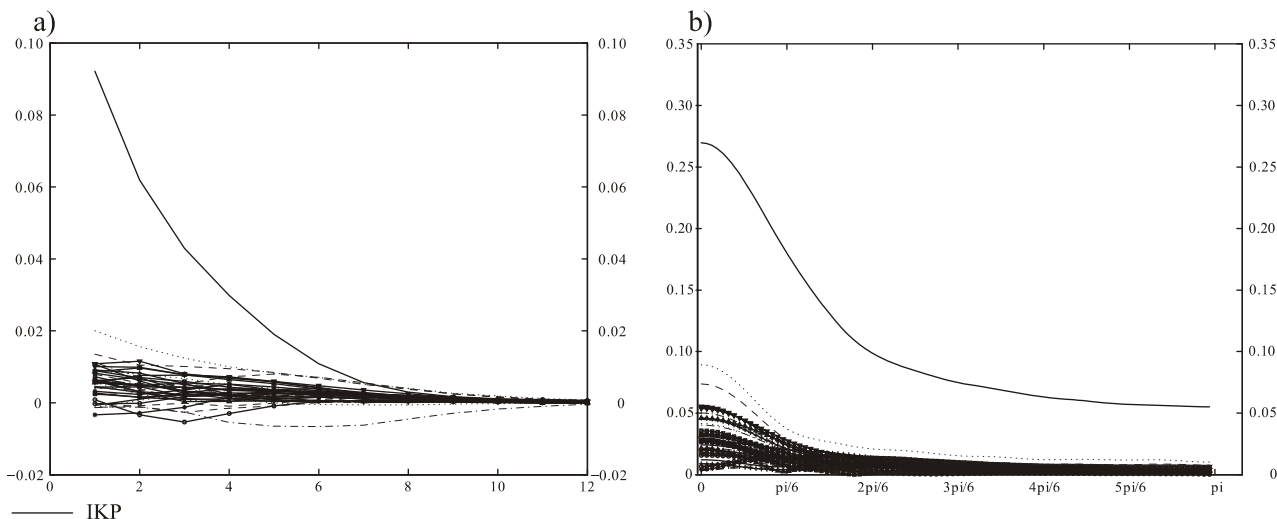
Tā kā filtriem nav noteikti ierobežojumi un regularizēšanas parametru vērtības ir mazas, salīdzinājumā ar iepriekšējā nodaļā aplūkoto eiro zonas novērtējumu iegūst pietiekami lielu efektīvo brīvības pakāpju skaitu (60), kas tomēr joprojām ir mazāks par novērtēto filtra koeficientu skaitu ( $41 \times 12 = 492$ ). Filtra koeficienti un amplitūdas sniegti 23.a un 23.b attēlā.

Skaidri redzams, ka IKP laikrinda atšķiras no pārējām ar lielākiem svāriem. Vairākām laikrindām faktiski ir nulles koeficienti un amplitūdas. Lai gan tādas laikrindas var uzskatīt par liekām, tās no datu izlases netika izslēgtas vienkāršības

dēļ, kā arī tāpēc, ka tiek veikts daudzdimensiju filtrēšanas uzdevums, kura nosaukums vien jau liecina, ka varētu būt nenozīmīgi mainīgie, kurus nav nepieciešams izslēgt no izlases, lai iegūtu pietiekami labu rezultātu.

23. attēls

41 mainīgā filtrs ( $\lambda_d = 0.2, \lambda_c = 0.2$ )

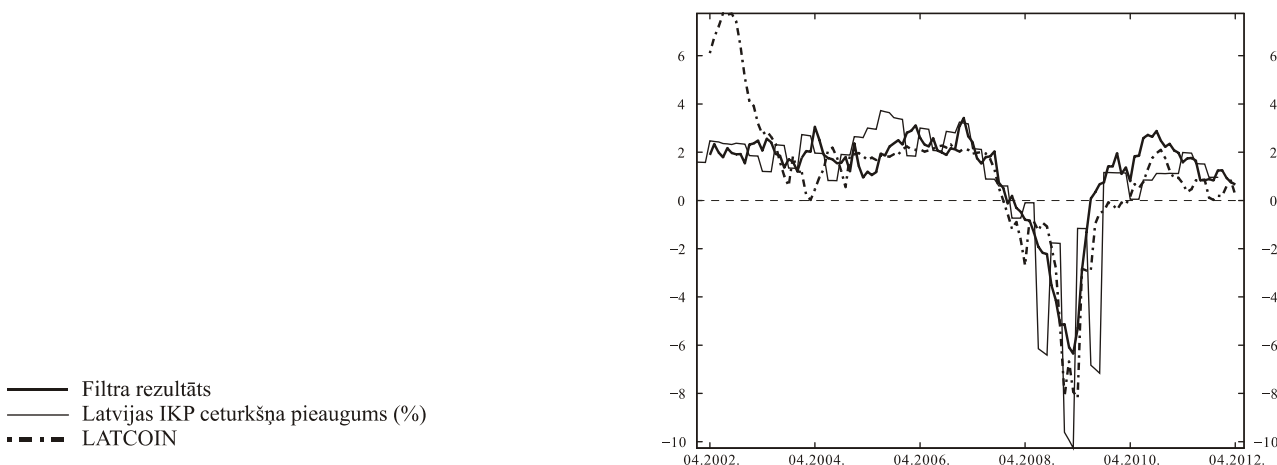


Piezīmes. a) 41 mainīgā filtra koeficienti, ja  $\lambda_d = 0.2, \lambda_c = 0.2$ ; b) filtra amplitūdas, kas atbilst koeficientiem 23.a attēlā.

Iegūtais reālā laika filtrēšanas rezultāts pēdējiem 10 gadiem sniegts 24. attēlā kopā ar Latvijas IKP ceturkšņa pieauguma novērtējumu un pseidoreālā laika LATCOIN vērtībām (sk. K. Beņkovska pētījumu (3), lai gan kopš tā sagatavošanas laika LATCOIN veidols nedaudz mainījies), kurš ir Latvijas IKP reālā laika rādītājs, ko aprēķina, izmantojot EUROCOIN novērtēšanas metodoloģijai līdzīgu pieeju (F. Altissimo, R. Kristadoro, M. Forni u.c. (1)).

24. attēls

Filtrēšanas rezultāts atbilstoši 23.a attēlā sniegtajiem koeficientiem salīdzinājumā ar LATCOIN



24. attēls liecina, ka filtra rezultāts ir gandrīz vienlaicīgs ar LATCOIN, tomēr gludāks recesijas periodā un nedaudz ātrāks atveseļošanās posmā. Šķiet, ka, neraugoties uz lielāku parametru skaitu, tas īsākām izlasēm ir arī stabilāks. Lielākās korelācijas norāda, ka abi rādītāji ir gandrīz vienlaicīgi ar IKP (sk. P1. tabulu).

## SECINĀJUMI

Mūsdienās pieejamās informācijas klāsts ir plašs. Tiek radīti arvien jauni statistiskie rīki, kas piemēroti radušos problēmu lielā informācijas klāsta apstrādei. Šajā pētījumā aplūkota regularizēta daudzdimensiju tiešā filtra pieeja (M. Vildi (24)) kā viens no signālu iegūšanas un prognozēšanas rīkiem, izmantojot daudzdimensiju datu kopas. Pētījumā analizētas filtra īpašības, ar līdz pat 72 mainīgo filtru novērtējot eiro zonas IKP pieauguma vidēja termiņa un ilgtermiņa komponentu. Parādīts, ka filtru var veiksmīgi izmantot, novērtējot daudzdimensiju datu kopas. Lietojumā atdarināta jau atzītā EUROCOIN dinamika un radīti savlaicīgāki rādītāji.

Veikta stabilitātes pārbaude, izmantojot Latvijas heterogēno datu kopu. Parādīts, ka šādai datu kopai nav vēlama tik stingra šķērsriezuma sašaurināšana. Veicot 41 mainīgā datu kopas mērenu garumriezuma un šķērsriezuma sašaurināšanu, vienlaikus iespējams iegūt apmierinošus rezultātus.

Iespējamais RMDFA trūkums salīdzinājumā ar faktoru metodoloģiju ir šīs pieejas daudzie hiperparametri, kas lietotājam jāizvēlas. Katrai problēmai šāda izvēle ir specifiska. Hiperparametru esamība nebūtu jāuzskata par šīs metodes kritiskāko aspektu. Lietišķajā ekonometrijā ir daudz plaši lietotu metožu, t.sk. Beijesa pieeja, kas izmanto hiperparametrus. Vismaz dažu vispārīgu problēmu risināšanā atsevišķu hiperparametru endogenizēšana varētu būt noderīga, tomēr šis aspekts attiecas jau uz nākotnes pētījumiem.

Kopumā secināts, ka RMDFA ir perspektīvs rīks gan signālu iegūšanai, gan prognozēšanai, izmantojot daudzdimensiju datu kopas. Šāds rīks var veiksmīgi konkurēt ar jau atzītajām metodēm, piemēram, dinamisko faktoru metodoloģiju.

## PIELIKUMS

### *P1. tabula*

#### **Rādītāju dinamiskā korelācija ar IKP pieauguma tempu**

Rādītāji	Dinamiskā korelācija, ja nobīde ir:									
	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
EUROCOIN, salīdzinājumā ar iepriekšējā gada atbilstošo periodu	0.921	0.963	0.985*	0.986**	0.967	0.930	0.874	0.804	0.722	0.631
RMDFA 12. att.	0.775	0.840	0.893	0.930	0.949**	0.946*	0.921	0.876	0.812	0.736
RMDFA 15.a att.	0.551	0.642	0.730	0.807	0.872	0.918	0.941**	0.938*	0.912	0.867
RMDFA 15.b att.	0.310	0.408	0.511	0.610	0.704	0.787	0.852	0.893	0.907**	0.896*
EUROCOIN	0.852	0.882**	0.879*	0.849	0.792	0.706				
RMDFA 17. att.	0.774	0.846	0.883**	0.870*	0.819	0.736				
RMDFA 20.a att.	0.751	0.824	0.869**	0.862*	0.817	0.740				
RMDFA 20.b att.	0.790	0.849	0.876**	0.856*	0.799	0.709				
RMDFA 22. att.	0.680	0.780	0.849	0.874**	0.858*	0.810				
LATCOIN 24. att.	0.685	0.716	0.747**	0.744*	0.713	0.668				
RMDFA 24. att.	0.664	0.723	0.769**	0.762*	0.755	0.742				

Piezīmes. \*\* Norāda uz augstāko korelāciju; \* norāda uz otru augstāko korelāciju.

P2. tabula

**Eiro zonas datu kopa**

Mainīgais	Avots	Transformācija salīdzinājumā ar iepriekšējā gada atbilstošo periodu	Transformācija salīdzinājumā ar iepriekšējo ceturksni
Reālais IKP, ķēdes indekss, eiro zona, s.i.	<i>Eurostat</i>	$\Delta_{12}$ log,lin.interpol.	log,lin.interpol.
Ražošanas tendence iepriekšējā mēnesī (rūpniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Eksporta pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Gatavās produkcijas krājumu novērtējums (rūpniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Ražošanas izlaides gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Pārdošanas cenu gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Konfidences rādītājs pakalpojumu sektorā, eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Biznesa konjunktūras attīstība pēdējos 3 mēnešos (pakalpojumu sektors), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Pieprasījuma pieaugums pēdējos 3 mēnešos (pakalpojumu sektors), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Pieprasījuma gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (pakalpojumu sektors), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Nodarbinātības pieaugums pēdējos 3 mēnešos (pakalpojumu sektors), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Patērētāju konfidences rādītājs, eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Finanšu stāvoklis pēdējos 12 mēnešos (patērētāji), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Finanšu stāvoklis turpmākajos 12 mēnešos (patērētāji), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Vispārējais ekonomiskais stāvoklis pēdējos 12 mēnešos (patērētāji), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Vispārējais ekonomiskais stāvoklis turpmākajos 12 mēnešos (patērētāji), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Cenu tendences turpmākajos 12 mēnešos (patērētāji), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Bezdarba gaidas turpmākajos 12 mēnešos (patērētāji), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Lielākie pirkumi pašlaik (patērētāji), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Uzkrājumi turpmākajos 12 mēnešos (patērētāji), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Uzņēmējdarbības aktivitātes (pārdošana) pieaugums pēdējos 3 mēnešos (mazumtirdzniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Krājumu apjoms pašlaik (mazumtirdzniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Pasūtījumu gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (mazumtirdzniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Uzņēmējdarbības aktivitātes gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (mazumtirdzniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (mazumtirdzniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Konfidences rādītājs būvniecībā, eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Būvniecības aktivitātes pieaugums pēdējos 3 mēnešos (būvniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (būvniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Cenu gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (būvniecība), eiro zona, s.i.	EFLĢ	–	–
Ražošanas tendence iepriekšējā mēnesī (rūpniecība), DE, s.i.	EFLĢ	–	–
Pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), DE, s.i.	EFLĢ	–	–
Gatavās produkcijas krājumu novērtējums (rūpniecība), DE, s.i.	EFLĢ	–	–
Ražošanas izlaides gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), DE, s.i.	EFLĢ	–	–

Mainīgais	Avots	Transformācija salīdzinājumā ar iepriekšējā gada atbilstošo periodu	Transformācija salīdzinājumā ar iepriekšējo ceturksni
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), DE, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs būvniecībā, DE, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, DE, s.i.	EFLG	–	–
Patērētāju konfidences rādītājs, DE, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs pakalpojumu sektorā, DE, s.i.	EFLG	–	–
Ražošanas tendence iepriekšējā mēnesī (rūpniecība), FR, s.i.	EFLG	–	–
Pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), FR, s.i.	EFLG	–	–
Gatavās produkcijas krājumu novērtējums (rūpniecība), FR, s.i.	EFLG	–	–
Ražošanas izlaides gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), FR, s.i.	EFLG	–	–
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), FR, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs būvniecībā, FR, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, FR, s.i.	EFLG	–	–
Patērētāju konfidences rādītājs, FR, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs pakalpojumu sektorā, FR, s.i.	EFLG	–	–
Ražošanas tendence iepriekšējā mēnesī (rūpniecība), IT, s.i.	EFLG	–	–
Pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), IT, s.i.	EFLG	–	–
Gatavās produkcijas krājumu novērtējums (rūpniecība), IT, s.i.	EFLG	–	–
Ražošanas izlaides gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), IT, s.i.	EFLG	–	–
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), IT, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs būvniecībā, IT, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, IT, s.i.	EFLG	–	–
Patērētāju konfidences rādītājs, IT, s.i.	EFLG	–	–
Ražošanas tendence iepriekšējā mēnesī (rūpniecība), ES*, s.i.	EFLG	–	–
Pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), ES*, s.i.	EFLG	–	–
Gatavās produkcijas krājumu novērtējums (rūpniecība), ES*, s.i.	EFLG	–	–
Ražošanas izlaides gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), ES*, s.i.	EFLG	–	–
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), ES*, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs būvniecībā, ES*, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, ES*, s.i.	EFLG	–	–
Patērētāju konfidences rādītājs, ES*, s.i.	EFLG	–	–
Konfidences rādītājs pakalpojumu sektorā, ES*, s.i.	EFLG	–	–
Rūpnieciskās ražošanas indekss B–D; F, eiro zona, s.i.	<i>Eurostat</i>	$\Delta_{12}\log$	$\Delta\log$
Rūpnieciskās ražošanas indekss C, eiro zona, s.i.	<i>Eurostat</i>	$\Delta_{12}\log$	$\Delta\log$
Ražotāju cenu indekss C, eiro zona, s.n.	<i>Eurostat</i>	$\Delta_{12}\log$	$\Delta\log$
Apgrozījuma indekss mazumtirdzniecībā, izņemot transportlīdzekļus, deflēts, eiro zona, s.n.	<i>Eurostat</i>	$\Delta_{12}\log$	$\Delta\log$
ASV akciju cenu indekss, ASV, s.n.	<i>Eurostat</i>	$\Delta_{12}\log$	$\Delta\log$
Eiro zonas akciju cenu indekss, eiro zona, s.n.	<i>Eurostat</i>	$\Delta_{12}\log$	$\Delta\log$

## P3. tabula

## Latvijas datu kopa

<b>Mainīgais</b>	<b>Avots</b>	<b>Transformācija</b>
Reālais IKP, ķēdes indekss, LV, s.i.	<i>Eurostat</i>	$\Delta$ log,lin.interpol.
Ražošanas tendence iepriekšējā mēnesī (rūpniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Eksporta pasūtījumu līmeņa novērtējums (rūpniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Gatavās produkcijas krājumu novērtējums (rūpniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Ražošanas izlaides gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Pārdošanas cenu gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem mēnešiem (rūpniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Patērētāju konfidences rādītājs, LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Uzņēmējdarbības aktivitātes (pārdošana) pieaugums pēdējos 3 mēnešos (mazumtirdzniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Krājumu apjoms pašlaik (mazumtirdzniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Pasūtījumu gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (mazumtirdzniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Uzņēmējdarbības aktivitātes gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (mazumtirdzniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Nodarbinātības gaidas turpmākajiem 3 mēnešiem (mazumtirdzniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs būvniecībā, LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Būvniecības aktivitātes pieaugums pēdējos 3 mēnešos (būvniecība), LV, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs rūpniecībā, ES, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Patērētāju konfidences rādītājs, ES, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, ES, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs būvniecībā, ES, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Ekonomiskā noskaņojuma rādītājs, ES, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs rūpniecībā, EE, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Patērētāju konfidences rādītājs, EE, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, EE, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs būvniecībā, EE, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Ekonomiskā noskaņojuma rādītājs, EE, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs rūpniecībā, LT, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs mazumtirdzniecībā, LT, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Konfidences rādītājs būvniecībā, LT, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Ekonomiskā noskaņojuma rādītājs, LT, s.i.	EFLĢ	$\Delta$
Rūpnieciskās ražošanas indekss B–D; F, eiro zona, s.i.	<i>Eurostat</i>	$\Delta$ log
Rūpnieciskās ražošanas indekss C, eiro zona, s.i.	<i>Eurostat</i>	$\Delta$ log
Rūpnieciskās ražošanas indekss D, eiro zona, s.i.	<i>Eurostat</i>	$\Delta$ log
Reģistrētā bezdarba līmenis, LV, s.n.	CSP	$\Delta$
Brīvās darbvietas, LV, s.n.	CSP	$\Delta$
Monetārais rādītājs M1, LV, s.n.	Latvijas Banka	$\Delta$ log
Monetārais rādītājs M3, LV, s.n.	Latvijas Banka	$\Delta$ log
Skaidrā nauda apgrozībā (vidēji), LV, s.n.	Latvijas Banka	$\Delta$ log
Preču eksporta apjoma indekss, LV, s.n.	CSP	$\Delta$ log
Budžeta ieņēmumi, LV, s.n.	VID	$\Delta$ log

## LITERATŪRA

1. ALTISSIMO, Filippo, CRISTADORO, Riccardo, FORNI, Mario, *et al.* New Eurocoin: Tracking Economic Growth in Real Time. *The Review of Economics and Statistics*, MIT Press, vol. 92, issue 4, November 2010, pp. 1024–1034.
2. BAXTER, Marianne, KING, Robert G. Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *The Review of Economics and Statistics*, MIT Press, vol. 81, issue 4, November 1999, pp. 575–593.
3. BEŅKOVSKIS, Konstantīns. LATCOIN: Determining Medium to Long-Run Tendencies of Economic Growth in Latvia in Real Time. *Baltic Journal of Economics*, Baltic International Centre for Economic Policy Studies, vol. 10, issue 2, 2010, pp. 27–48.
4. BROCKWELL, Peter J., DAVIS, Richard A. *Time Series: Theory and Methods*. New York : Springer Verlag, 1987. 519 p.
5. BUŠS, Ginters. *Jauns eiro zonas iekšzemes kopprodukta reālā laika rādītājs*. Rīga : Latvijas Banka, 2012. Pētījums 2/2012. 28 lpp.
6. CAPORELLO, Gianluca, MARAVALL, Agustín, SÁNCHEZ, Fernando J. *Program TSW Reference Manual*. Banco de Espana Working Papers, No. 0112, 2001. 62 p.
7. CHRISTIANO, Lawrence J., FITZGERALD, Terry J. The Band Pass Filter. *International Economic Review*, vol. 44, issue 2, May 2003, pp. 435–465.
8. DOAN, Thomas, LITTERMAN, Robert B., SIMS, Christopher A. Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distributions. *Econometric Reviews*, vol. 3, No. 1, January 1984, pp. 1–100.
9. EFRON, Bradley, HASTIE, Trevor, JOHNSTONE, Iain, *et al.* Least Angle Regression. *The Annals of Statistics*, vol. 32, No. 2, 2004, pp. 407–499.
10. FORNI, Mario, HALLIN, Marc, LIPPI, Marco, *et al.* The Generalized Dynamic-Factor Model: Identification And Estimation. *The Review of Economics and Statistics*, vol. 82, issue 4, November 2000, pp. 540–554.
11. FORNI, Mario, HALLIN, Marc, LIPPI, Marco, *et al.* The Generalized Dynamic Factor Model: One-Sided Estimation and Forecasting. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 100, 2005, pp. 830–840.
12. HODGES, James S., SARGENT, Daniel J. Counting Degrees of Freedom in Hierarchical and Other Richly-Parameterised Models. *Biometrika*, vol. 88(2), 2001, pp. 367–379.
13. HODRICK, Robert, PRESCOTT, Edward C. Postwar U.S. Business Cycles: an Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 29, issue 1, February 1997, pp. 1–16.
14. HOERL, Arthur E., KENNARD, Robert W. Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, vol. 12, No. 1, February 1970, pp. 69–82.

15. KING, Robert G., REBELO, Sergio T. Low Frequency Filtering and Real Business Cycles. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 17, issue 1–2, 1993, pp. 207–231.
16. MARAVALL, Agustin, RIO, Ana del. *Time Aggregation and the Hodrick-Prescott Filter*. Banco de Espana Working Papers, No. 0108, March 2001. 44 p.
17. MOODY, John E. The Effective Number of Parameters: an Analysis of Generalization and Regularization in Nonlinear Learning Systems. *No: Advances in Neural Information Processing Systems 4*. Edited by J. E. Moody, S. J. Hanson and R. P. Lippmann. 1992, San Mateo : Morgan Kaufmann, pp. 847–854.
18. STOCK, James H., WATSON, Mark W. Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes. *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 20, No. 2, 2002, pp. 147–162.
19. TIBSHIRANI, Robert. Regression Shrinkage and Selection via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, vol. 58, No. 1, 1996, pp. 267–288.
20. TIKHONOV, Andrey, ARSENIN, Vasiliy. *Solutions of Ill-Posed Problems*. Washington : V. H. Winston & Sons, 1977. 258 p.
21. VALLE E AZEVEDO, João. A Multivariate Band-Pass Filter for Economic Time Series. *Journal of the Royal Statistical Society Series C*, vol. 60, issue 1, January 2011, pp. 1–30.
22. WILDI, Marc. *Real-Time Signal-Extraction: Beyond Maximum Likelihood Principles*. October 2008 [skatīts 2012. gada 30. novembrī]. Pieejams: [http://blog.zhaw.ch/idp/sefblog/uploads/Wildi\\_Real\\_Time\\_SE\\_0810010.pdf](http://blog.zhaw.ch/idp/sefblog/uploads/Wildi_Real_Time_SE_0810010.pdf).
23. WILDI, Marc. *I-DFA and I-MDFA: Companion Paper to R-code Published on SEFBlog*. IDP-Working Paper, March 2011 [skatīts 2012. gada 30. novembrī]. Pieejams: [http://blog.zhaw.ch/idp/sefblog/uploads/working\\_paper1.pdf](http://blog.zhaw.ch/idp/sefblog/uploads/working_paper1.pdf).
24. WILDI, Marc. *Elements of Forecasting and Signal Extraction*. IDP-Working Paper, August 2012 [skatīts 2012. gada 30. novembrī]. Pieejams: [http://blog.zhaw.ch/idp/sefblog/uploads/elements\\_3007.pdf](http://blog.zhaw.ch/idp/sefblog/uploads/elements_3007.pdf).